ČTENÁŘSKÉ, MATEMATICKÉ A PŘÍRODOVĚDNÉ ÚLOHY PRO PRVNÍ STUPEŇ ZÁKLADNÍHO VZDĚLÁVÁNÍ

TIMSS 2011

PIRLS 2011

Milan Hejný, Jitka Houfková, Darina Jirotková,
Dana Mandíková, Karel Starý a kol.

Náměty pro rozvoj kompetencí žáků na základě zjištění šetření TIMSS a PIRLS 2011

ČESKÁ ŠKOLNÍ INSPEKCE

Česká školní inspekce 2013

AUTOŘI A SPOLUPRACOVNÍCI

Na tvorbě publikace se podílely:
Věra Čížková, Hana Čtrnáctová, Jitka Houfková, Dana Mandíková (vedoucí autorského kolektivu), Dana Řezníčková

Úlohami dále přispěli:
Petra Babčaníková, Hana Böhmová, Karla Čechová, Tomáš Franc, Stanislav Gottwald, Filip Hájek, Karel Havlíček, Lenka Havlíková, Petr Kácovský, Vlasta Karásková, Martina Kekule, Václava Kopecká, Věra Koudelková, Radim Kusák, Tomáš Matějček, Lucie Nováková, Hana Rančáková, Jaroslav Reichl, Marie Snětinová, Zdeněk Šabatka, Martina Šilhánová, Renata Šulcová, Martin Švehla, Petra Váchová, Alena Vrbacká, Barbora Zákostelná, Vojtěch Žák

Na recenzích se podíleli:
Markéta Bludská, Božena Čerňanská, Martin Hanus, Martina Kekule, Miroslav Papáček, Milan Rojko

Data pro analýzy zpracovali pracovníci Ústavu pro informace ve vzdělávání pod vedením Jana Hučína.

Úlohy pro rozvoj přírodovědné gramotnosti
Utváření kompetencí žáků na základě zjištění šetření PISA 2009
Dana Mandíková, Jitka Houfková a kol.

Česká školní inspekce 2012

Tato publikace byla vydána jako plánovaný výstup projektu Kompetence I, který je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

ISBN 978-80-905370-7-1

OBSAH

1 ÚVOD

CHARAKTERISTIKA VÝZKUMU TIMSS

TIMSS (zkratka pro Trends in International Mathematics and Science Study) je mezinárodním výzkumem matematického a přírodovědného vzdělávání. Jedná se o projekt Mezinárodní asociace pro hodnocení výsledků vzdělávání IEA. Výzkum TIMSS je zaměřen na školní vědomosti a dovednosti rozvíjené ve výuce a vychází z učebních osnov matematiky a přírodovědných předmětů zúčastněných zemí. Vědomosti a dovednosti se zjišťují pomocí písemných testů, které obsahují úlohy z matematiky a přírodních věd. Součástí výzkumu je i dotazníkové šetření mezi žáky, učiteli matematiky a přírodovědných předmětů a řediteli škol. Otázky se týkají např. postojů žáků, metod výuky, školního prostředí.
Výzkum je zaměřen na věkové kategorie devíti- a třináctiletých žáků a žáky v posledních ročnících středních škol. Probíhá ve čtyřletých cyklech od roku 1995. Česká republika se do něj zapojila v letech 1995, 1999, 2007 a 2011. V roce 1995 byly testovány všechny věkové kategorie, v roce 1999 jen třináctiletí žáci, v roce 2007 a 2011 devíti- a třináctiletí žáci.
V roce 2011 se výzkumu v České republice účastnili jen žáci 4. ročníku základních škol. Bylo to více než 4500 žáků ze 177 základních škol a téměř 500 učitelů a ředitelů.
Celkově se do šetření TIMSS 2011 v této věkové kategorii zapojilo 52 zemí.

KONCEPCE VÝZKUMU

Výsledky žáků jsou v matematice i přírodních vědách hodnoceny ze dvou pohledů označovaných jako *obsah* a *operace*. Obsah je vymezen učivem, jehož zvládnutí je testováno. Operace jsou vymezeny dovednostmi, které mají žáci při práci s učivem prokázat.
Ve výzkumu TIMSS 2011 byly sledovány oblasti učiva a operace uvedené v tabulce 1.

Tabulka 1: Oblasti učiva a operace

Obsah		Operace
Matematika	**Přírodní vědy**	
čísla	živá příroda	prokazování znalostí
geometrické tvary a měření	neživá příroda	používání znalostí
znázornění dat	nauka o Zemi	uvažování

Úlohy používané ve výzkumu TIMSS lze tedy třídit podle obsahové a operační složky. Další dělení úloh je podle typu odpovědi, a to na úlohy s výběrem odpovědi a na úlohy s otevřenou odpovědí. Po každém šetření se část úloh uvolňuje[1], část zůstává utajena pro použití v dalších kolech, což usnadňuje sledování vývoje výkonu žáků v čase.

PREZENTACE VÝSLEDKŮ

Výsledky zemí jsou ve výzkumu TIMSS prezentovány dvěma způsoby. Prvním je prezentace pomocí *skórů* (*počtu bodů*), které vyjadřují úspěšnost žáků na škálách výsledků. Pro matematiku a pro přírodní vědy byly vytvořeny jednak škály *celkové,* jednak škály *dílčí* pro jednotlivé oblasti učiva a dovednosti. Škály byly vytvořeny tak, aby umožňovaly srovnávat výsledky žáků v průběhu času.
Základem druhého způsobu prezentace výsledků žáků jsou čtyři *vědomostní úrovně*[2]. Každá úroveň je určena minimálním počtem bodů, kterého musí žák dosáhnout. Výsledky zemí jsou pak vyjádřeny procentuálním zastoupením jejich žáků na jednotlivých vědomostních úrovních.

1 Úlohy uvolněné v šetření TIMSS 2011 spolu s komentáři k výsledkům českých žáků lze nalézt v publikaci: Janoušková, S., Tomášek, V. et al. TIMSS 2011: Úlohy z matematiky a přírodovědy pro 4. ročník. Praha: Česká školní inspekce, 2013.

2 Podrobnější charakteristiku jednotlivých vědomostních úrovní i s příklady úloh lze nalézt v publikaci TOMÁŠEK, V. a kol.: Národní zpráva TIMSS 2011. Praha, ČŠI, 2012.

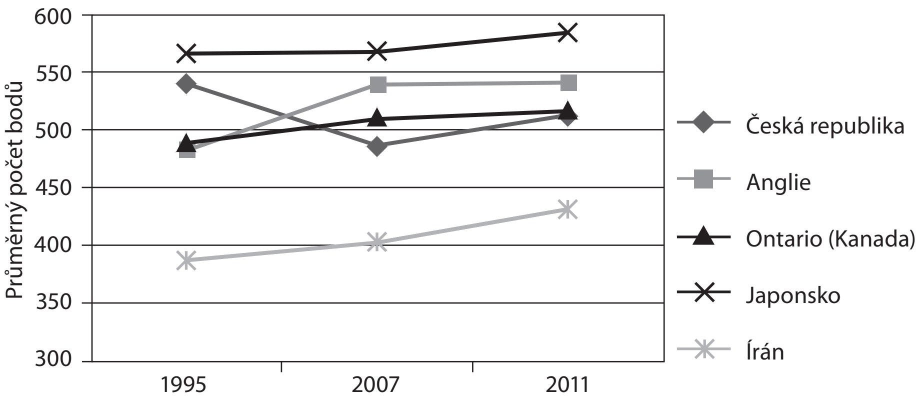
2 VÝSLEDKY ČESKÝCH ŽÁKŮ 4. ROČNÍKU V MATEMATICE

Výsledky matematické části šetření TIMSS 2011 byly odbornou veřejností očekávány s velkou pozorností. Předchozí cyklus šetření, který proběhl v roce 2007, totiž ukázal, že u českých žáků 4. ročníku došlo ve srovnání s rokem 1995 k vůbec největšímu zhoršení ze všech evropských zemí a členských zemí OECD, které se do výzkumu v obou letech zapojily (blíže viz zprávu Tomášek, V., a kol., *Výzkum TIMSS 2007. Obstojí čeští žáci v mezinárodní konkurenci?* Praha, ÚIV 2008). Záhy se navíc potvrdilo, že stejně výrazně v průběhu minulé dekády poklesla matematická gramotnost dospívajících zjišťovaná v šetření PISA, zhoršení je dokonce opět největší mezi všemi zeměmi, pro které jsou k dispozici relevantní data.
V následující části naší publikace proto shrneme některá důležitá zjištění o výsledcích českých žáků v matematické části šetření TIMSS 2011 a o podmínkách, ve kterých jejich vzdělávání probíhá. Tato zjištění se zároveň stala podkladem pro tvorbu podnětů pro výuku matematiky v základních školách, jež na tuto kapitolu navazují.

ČEŠTÍ ŽÁCI SE V POSLEDNÍCH LETECH V MATEMATICE ZLEPŠILI, AVŠAK PŘEDCHOZÍ VÝRAZNÉ ZHORŠENÍ STÁLE NENAPRAVILI

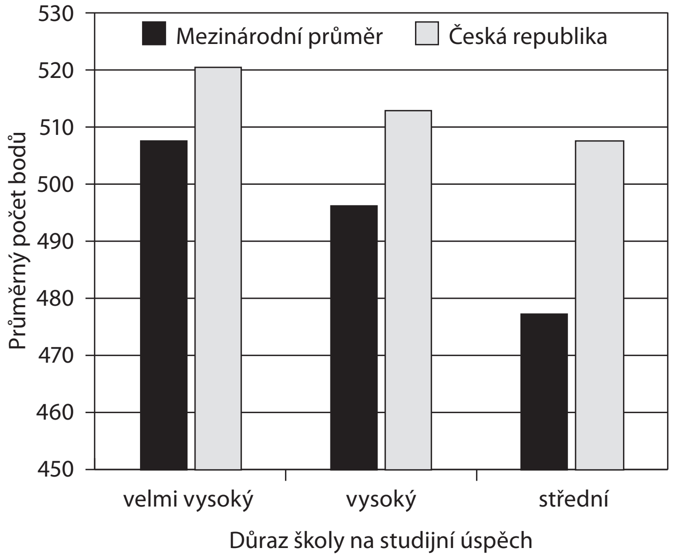
Výsledky výzkumu TIMSS 2011 příjemně překvapily – od roku 2007 se celkový výkon českých čtvrťáků výrazně zlepšil. V dlouhodobějším pohledu se však letošní výsledky stále nacházejí poměrně hluboko pod úrovní dosaženou našimi žáky v polovině devadesátých let 20. století – zhoršení České republiky oproti výsledkům z roku 1995 stále zůstává největší mezi srovnatelnými zeměmi.

Graf 1: Změna celkového výsledku žáků 4. ročníku vybraných zemí v matematice



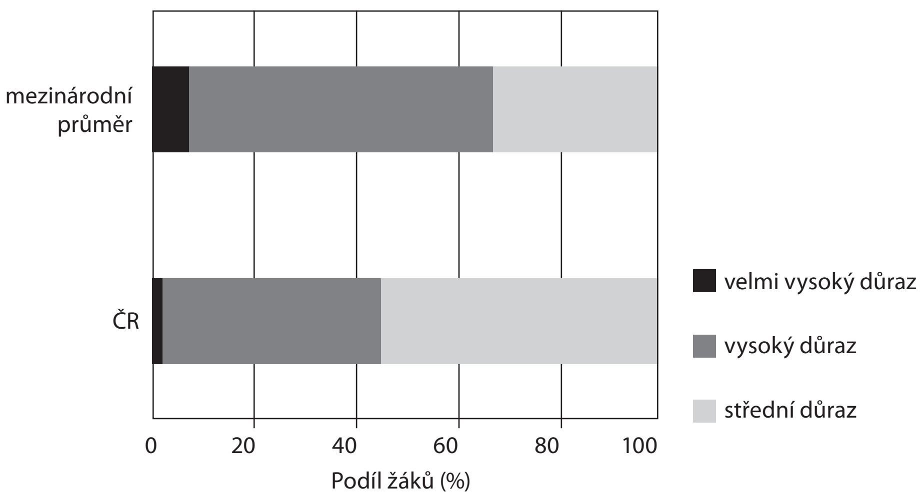
Současně si některé země dokázaly udržet stabilně dobrou či vynikající úroveň výsledků, nebo dokonce dosáhly ve stejném období významného zlepšení (viz graf 1). Zlepšení výsledků českých žáků tak nevede k snížení odstupu od zemí na špičce tabulky, a naopak se snižuje rozdíl mezi našimi výsledky a úrovní rozvíjejících se zemí.
Tato zjištění vyvolávají celou řadu otázek. Především: Rozumíme důvodům extrémních výkyvů ve výsledcích České republiky, navíc potvrzených i z jiných šetření? Znalost příčin by nám pomohla rozpoznat, zda je obrat dřívějšího nepříznivého trendu trvalý a zda můžeme doufat v další zlepšení do budoucna. Zároveň bychom přesněji věděli, co můžeme pro další zlepšování matematických znalostí a dovedností našich žáků dělat.
Při snaze porozumět uvedeným výsledkům je možné postupovat několika způsoby. Můžeme sledovat celkové výsledky v matematickém testu a klást si otázku, jak se matematické znalosti a dovednosti liší u různých skupin žáků (např. u chlapců ve srovnání s dívkami, u žáků s různým rodinným zázemím) nebo ve školách s různými charakteristikami. Následně se pak budeme tázat, zda z těchto hledisek došlo ve zkoumané populaci k nějaké změně. Řada takových analýz je popsána v mezinárodní zprávě o šetření TIMSS 2011 (viz Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., Arora, A. *TIMSS 2011 International Results in Mathematics*, Chestnut Hill, TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College 2012).

Graf 2: Výsledek žáků v matematice v závislosti na důrazu školy na studijní úspěch podle hodnocení učitelů



Například bylo zjišťováno, jak se liší výsledky žáků v závislosti na tom, jaký klade škola *důraz na studijní úspěch*. Tento ukazatel naznačuje, jak učitelé hodnotí nároky kladené v dané škole na žáky, dále např. zájem rodičů či snahu žáků (viz také Tomášek, V., a kol., *Národní zpráva TIMSS 2011*, Praha, Česká školní inspekce 2012). To je důležité, protože mimo jiné víme, že ve třídách, kde učitel dává najevo očekávání dobrých výkonů, jsou výkony doopravdy lepší. Celkově jak u nás, tak v průměru zúčastněných zemí skutečně souvisí dosažený výkon žáků a ukazatel důrazu školy na studijní úspěch vypočtený z odpovědí učitelů v dotazníku (graf 2).

Graf 3: Podíl žáků ve školách s různým důrazem na studijní výsledky



Protože se od roku 2007 všechny složky tohoto ukazatele – mezi nimi nároky učitelů nebo zájem rodičů o výsledky – u nás zlepšily, může to být jedním z faktorů přispívajících k celkovému zlepšení českých žáků. Přes toto zlepšení však Česká republika patří v mezinárodním srovnání k zemím, kde je podíl žáků navštěvujících školy kladoucí velmi vysoký nebo vysoký důraz na studijní výsledky nejmenší (graf 3).[3] To je nepříznivé, protože právě rozdíly v celkovém přístupu k vzdělávání a jeho hodnotě, které existují nejen mezi školami, ale i mezi zeměmi jako celky, pravděpodobně mají významný vliv na matematické znalosti a dovednosti žáků.

SILNÉ A SLABÉ STRÁNKY ČESKÝCH ŽÁKŮ

Odlišnou cestou je analýza zaměřující se na porovnání úspěšnosti českých žáků při řešení jednotlivých úloh spadajících do různých okruhů učiva nebo vyžadujících různé typy operací (kognitivních dovedností). Hrubou charakteristiku výkonu českých žáků obsahuje již citovaná národní zpráva – čeští žáci podali nejlepší výkon v tematickém okruhu *znázornění dat*, relativně nejméně se jim dařilo v úlohách okruhu *čísla*.[4] Ve srovnání s rokem 2007 se čeští žáci sice zlepšili ve všech třech oblastech (kromě dvou uvedených je to ještě

---

3 V důsledku toho je také dosti nespolehlivý odhad výsledku českých žáků ve školách s velmi vysokým důrazem na studijní úspěch, protože i ve vzorku byly takové školy málo zastoupeny.

4 To pro ně bylo, alespoň z hlediska úspěšnosti v testu, poněkud nevýhodou – úlohy o datech jsou v testu zastoupeny nejméně, zatímco úlohy týkající se čísel tvoří celou polovinu.

geometrie), ale opět nejvíce v znázornění dat a nejméně v číslech. Při analýze zaměřené na problematické úlohy jsme především zkoumali, u kterých úloh se v roce 2011 nejvíce liší průměrná úspěšnost českých žáků od průměrné úspěšnosti žáků všech zemí účastnících se téhož šetření (dále používáme označení mezinárodní průměr). Dále jsme využili skutečnosti, že do šetření byly zahrnuty tzv. trendové položky, to znamená úlohy, které byly již součástí testových sešitů roku 2007 (popř. dokonce v roce 2003) a nebyly v předchozích cyklech šetření uvolněny.[5] Díky tomu jsme mohli u více než poloviny položek porovnat výsledky dosažené českými žáky v roce 2011 s výsledky, které stejně staří čeští žáci dosáhli v šetření před čtyřmi lety.[6]
Podívejme se tedy na první desítku úloh, které českým žákům činily ve srovnání s jejich vrstevníky největší potíže – tj. rozdíl mezi úspěšností českých žáků a mezinárodním průměrem byl největší (tabulka 1). Sedm z těchto úloh spadá do jediné tematické podoblasti – zlomky a desetinná čísla. Tyto úlohy vesměs nevyžadují *počítání* se zlomky, ale spíše *porozumění* zlomkům, popř. jejich krácení a porovnávání. Podobný obrázek poskytuje i pohled na úlohy, u nichž byla výrazně nízká absolutní úspěšnost českých žáků.

Tabulka 1 – Úlohy, v nichž čeští žáci nejvíce zaostali za mezinárodním průměrem (sloupec zlepšení uvádí rozdíl mezi úspěšností v letech 2011 a 2007; CR – úloha s tvorbou odpovědi, MC – úloha s výběrem odpovědi)

Kód úlohy	**Úspěšnost (%)**				**Oblast**		**Typ**
	ČR	průměr	rozdíl	zlepšení	tematická	operační	
M11_04	14,5	48,7	–34,2	11,6	zlomky a desetinná čísla	prokazování znalostí	CR
M12_02	13,4	42,4	–29,0		zlomky a desetinná čísla	prokazování znalostí	MC
M11_05	22,2	44,5	–22,3	15,0	zlomky a desetinná čísla	prokazování znalostí	MC
M12_04	27,5	48,0	–20,5		zlomky a desetinná čísla	používání znalostí	MC
M07_09	11,1	31,0	–19,9	6,0	body, přímky a úhly	používání znalostí	CR
M07_05	19,8	39,2	–19,4	4,6	aritmetické výrazy v oboru celých čísel	prokazování znalostí	MC
M12_10	25,3	42,5	–17,2		dvoj- a třírozměrné útvary	používání znalostí	MC
M13_04	32,7	48,3	–15,6	5,7	zlomky a desetinná čísla	prokazování znalostí	CR
M11_01	55,8	70,9	–15,1	21,0	zlomky a desetinná čísla	prokazování znalostí	MC
M06_05	31,4	46,5	–15,1	14,0	zlomky a desetinná čísla	prokazování znalostí	MC

Potvrzuje se tak, že i tentokrát české žáky v mezinárodním srovnání výrazně znevýhodňovalo rozvržení učiva v našich kurikulárních dokumentech a učebnicích. Testy TIMSS jsou konstruovány, aby odrážely pojetí kurikula účastnických zemí či jejich průměrnou představu o tom, co by měl umět žák určitého ročníku školy. Přes snahu o určitou spravedlivost z hlediska obsahu testu může nastat rozdíl mezi testem a kurikulem konkrétní země, a ten pak má velmi závažné dopady na výsledek této země. Bylo by ovšem zjednodušením tvrdit, že zlomky jsou hlavním viníkem propadu českých žáků ve srovnání s polovinou devadesátých let. Čeští žáci 4. ročníků ani tehdy příliš dobře zlomky neovládali (již tehdy se s nimi pravděpodobně seznamovali později). Další analýza ukazuje, že pokud by z testu byly vypuštěny úlohy o zlomcích, mohli bychom se na žebříčku zemí posunout o několik příček výše, avšak rozhodně bychom se nevrátili na čelní místa.
Pro pět z úloh o zlomcích máme srovnání s výsledky roku 2007 a ve všech těchto případech se čeští žáci oproti minulému šetření zlepšili, někdy dokonce dost výrazně. Zdá se tedy, že se toto učivo do nižších ročníků základní školy začalo vracet ještě dříve, než došlo k úpravě RVP ZV s platností od 1. září 2013. Z této skupiny lze uvést např. následující uvolněnou úlohu.

5 Informace tohoto typu lze najít kromě *Národní zprávy TIMSS 2011* např. v publikaci Janoušková, S., Tomášek, V., *TIMSS 2011: Úlohy z matematiky a přírodovědy pro 4. ročník*, Praha, ČŠI 2013. Uvedené publikace jsou dostupné i na internetu (*timssandpirls.bc.edu*, resp. *www.csicr.cz*).

6 V roce 2003 se Česko šetření TIMSS 2011 nezúčastnilo, což se jeví jako velmi nepříznivé z hlediska analýz vývojových trendů v českém školství ve srovnání se světem. Naopak z šetření v roce 1995, kterého jsme se zúčastnili, nebyla v roce 2011 použita žádná identická úloha.

Úloha M06-05

Které tvrzení vyjadřuje, že Honza snědl $\frac{2}{4}$ pizzy?

A) Honza snědl $\frac{1}{5}$ pizzy.

B) Honza snědl $\frac{1}{4}$ pizzy.

C) Honza snědl $\frac{1}{3}$ pizzy.

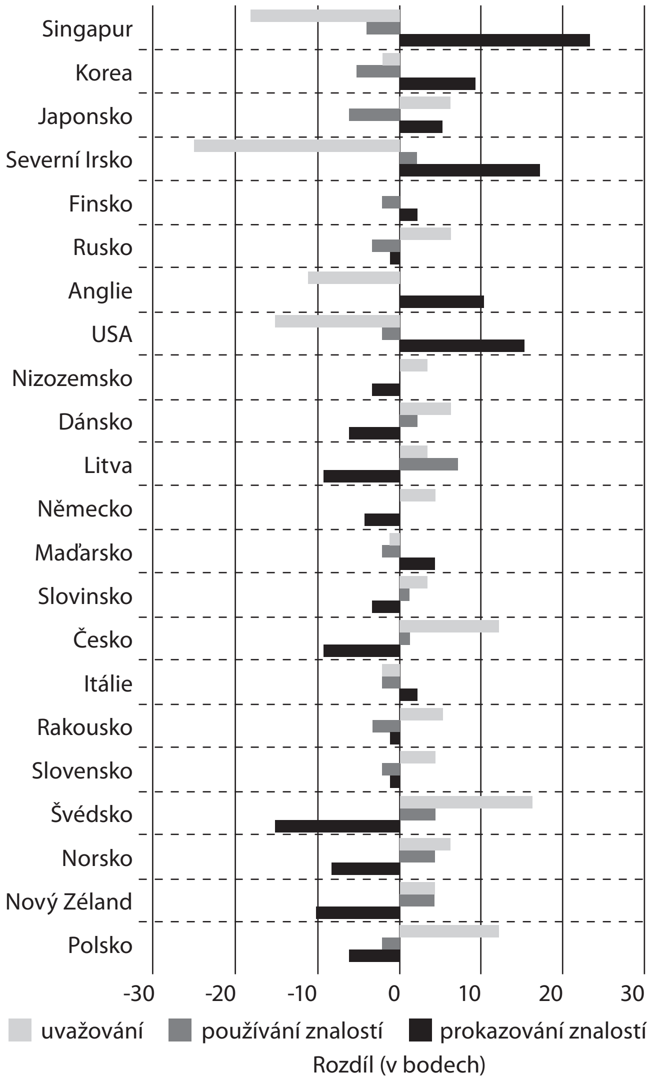
D) Honza snědl $\frac{1}{2}$ pizzy.

Úspěšnost českých žáků se při řešení této úlohy od posledního šetření sice o 14 procentních bodů zvýšila, avšak stále ještě zůstala o 15 bodů za mezinárodním průměrem. Problematice zařazení zlomků jsme se věnovali již v předchozích výstupech tohoto projektu (Hejný, M., a kol., *Matematické a přírodovědné úlohy pro první stupeň základního vzdělávání*, Praha, ÚIV 2011, dostupná též na: www.csicr.cz), kde zájemce najde řadu úloh z oblasti zlomků a jejich propedeutiky.

Při analýze „problémových" úloh se opět projevila menší schopnost českých žáků poradit si s úlohou, která se týká obsahu obdélníka. Proto se k obsahům a obvodům rovinných obrazců vracíme i v naší malé sbírce úloh.

Je zajímavé si povšimnout, že z deseti uvedených úloh, v nichž čeští žáci nejvíce zaostali za svými vrstevníky, z hlediska kognitivní náročnosti nebyla žádná zařazena do nejvyšší kategorie *uvažování*. Naopak jde o úlohy vyžadující prokázání znalostí (7 úloh) nebo jejich použití (3 úlohy). Nesmíme však chápat „znalosti" jenom jako vědomosti, často jde o porozumění (viz níže).

Graf 4: Výsledek vybraných zemích na dílčích škálách dle typu operace



Když se podíváme dále, také v první pětadvacítce relativně špatně řešených úloh je pouze jediná úloha vyžadující uvažování.

Česká republika tak dosáhla poměrně netypického výsledku, kdy výkon našich žáků v úlohách na uvažování převýšil jejich výkon na celkové škále (a také výkon na škále znalosti). Ukazuje to graf 4, v němž jsou vybrané země seřazeny podle svého celkového výsledku v matematickém testu. Jednotlivé sloupce grafu pak ukazují, zda byl výsledek na dílčích škálách pro jednotlivé typy úloh lepší, nebo horší než celkový výkon. V případě zemí na prvních místech žebříčku celkového výkonu zaostává výsledek na škále uvažování za celkovým výkonem – jedná se o některé asijské země, ale i Severní Irsko, Anglii nebo vlámskou část Belgie (je však nutno podotknout, že i relativně slabší výsledek těchto zemí v úlohách vyžadujících uvažování je ve srovnání s výkonem českých žáků stále výrazně lepší).

Naopak podobná situace jako v Česku, pokud jde o různé operace, je např. také ve Švédsku (kde jsou rozdíly mezi výkony na jednotlivých škálách ještě větší) a rovněž v Norsku. České děti tedy byly obecněji znevýhodněny spíše slabými znalostmi než úlohami, které vyžadují „přemýšlení".

Tato skutečnost by si zasloužila další rozbor. Je možné, že ukazuje na specifickou a nezastupitelnou úlohu matematického školního vzdělávání. Na jednu stranu i děti nadané a z podnětného prostředí potřebují školu, aby si osvojily důležité

matematické pojmy a postupy, bez nichž nemohou dosáhnout výborného celkového výsledku. Na druhou stranu země na špičce žebříčku uspívají mimo jiné proto, že jednodušší úlohy tam dokáže vyřešit větší podíl žáků, to znamená, že dokážou dovést na jistou minimální úroveň znalostí a dovedností větší část dětí.
Pokud se vrátíme k pohledu na úlohy podle témat, pak byli čeští žáci výrazně neúspěšní i při řešení následující úlohy:

Úloha M07-05
3 + 8 = ☐ + 6
Které číslo patří do čtverečku, aby zápis byl pravdivý?
A) 17
B) 11
C) 7
D) 5

Tato úloha osvětluje několik věcí. Testy jako forma ověřování znalostí žáků jsou u nás podceňovány, a to neprávem. Předchozí úloha ukazuje, že i „jednoduchá“ úloha s výběrem odpovědi, někdy hanlivě označovaná jako „zaškrtávačka“, umožňuje ověření porozumění látce, a ne jen kontrolu zapamatovaných faktů. Promyšlená volba nabídnutých nesprávných odpovědí (distraktorů) navíc umožňuje odhadnout příčiny žákova neúspěchu při řešení úlohy. V tomto případě např. častá volba distraktoru 11 českými žáky ukazuje na chápání znaku „rovná se“ jako pokynu k výpočtu směrem doprava bez ohledu na výraz na pravé straně.
Současně se ukazuje úskalí mezinárodních srovnání, které přes snahu o respektování odlišností kurikula nikdy nejsou zcela stejně obtížné pro žáky všech zemí. Úloha M07-05 představuje typ úlohy označovaný v anglosaských zemích „number sentence“. Zde jde o jednoduchou rovnici řešenou v oboru přirozených čísel, v níž je neznámá vyjádřena jinak než písmenem *x*. Zde je to pole, do kterého se má nalezené řešení zapsat. Tyto úlohy jsou považovány za důležitou propedeutiku rovnic a algebry. V předchozích cyklech šetření se objevila úloha 12 : 3 = ☐ : 2, kterou také velká skupina našich žáků neřešila správně.
Je otázka, zda neobeznámenost českých dětí s tímto typem úloh je pouze důsledkem neznalosti konkrétního způsobu zápisu nebo zda hlubší příčinou obtížnosti uvedené úlohy pro žáky je nedostatečné konceptuální porozumění rovnosti a rovnicím.

JAK PRACOVAT S NABÍDNUTÝMI ÚLOHAMI

Otázka kvality výuky matematiky se někdy zjednodušuje na dilema, kde proti sobě stojí nácvik hbitého počítání (sloupečky úloh) a proti nim slovní či problémové úlohy „z praktického života“. Úlohy TIMSS ukazují, že pro rozvoj matematických dovedností jsou důležité i jiné přístupy, zejména zaměření na důkladné porozumění základním pojmům a vztahům a schopnost nalézat v datech pravidelnosti či zákonitosti a těch využívat k řešení obtížnějších úloh.
Nácvik a automatizace sčítání, odčítání, násobení i dělení není bez významu, ale pokud ho neprovází hlubší porozumění pojmům, vztahům, procesům a situacím, vybavuje žáka jen takovými dovednostmi, které umí i levná a velice pomalá kalkulačka. Na druhou stranu snaha za každou cenu propojovat matematiku s jinými předměty někdy vede k banalizaci matematiky a rovněž nevytváří podmínky pro soustavné rozvíjení hlubšího matematického poznání. Posláním školy není jen dítě připravovat pro každodenní život, ale také mu otevřít cestu k vyššímu vzdělání, které je v mnoha oborech bez matematiky či logického myšlení a bez schopnosti pracovat s daty, řešit netradiční problémy a zobecňovat nepředstavitelné. Rozvíjení tvořivosti a schopnosti zobecňovat je důležitou složkou kultivace osobnosti žáka. Ať již bude žák v budoucnu pracovat v jakékoli profesi, schopnosti, které při řešení vhodných matematických úloh a problémů získá, mu pomohou lépe rozumět světu kolem sebe, lépe se rozhodovat, účinněji řídit svůj život. Jako občan demokratické společnosti bude schopen analyzovat problémy a kriticky posuzovat nabízející se řešení.
Jak jsme uvedli výše, mnohé slabiny českých žáků jsou obdobné těm, které se projevily již v předchozích šetřeních. Neopakovali jsme proto všechny okruhy úloh, které lze najít v naší předchozí publikaci (Hejný, M., Houfková, J., Jirotková, D. , Mandíková, D., a kol., *Matematické a přírodovědné úlohy pro první stupeň základního vzdělávání*. Praha, ÚIV 2011) a na niž zde navazujeme. Tato sbírka je dostupná i na webu České školní inspekce (www.csicr.cz). Analýza ukázala, že v roce 2011 měli čeští žáci (i po vyloučení úloh na zlomky a desetinná čísla) potíže zejména s aritmetikou a geometrií, zatímco úlohy na práci s daty se mezi relativně neúspěšně řešenými prakticky neobjevovaly. To jsme, vzhledem k omezenému prostoru vyhrazenému matematice, zohlednili při výběru témat.

Chápání matematiky jako objevování pravidelností v kvantitativních či prostorových údajích je však nutno rozvíjet již od počátku školní docházky, ba právě tehdy. Proto zařazujeme i úlohy, které prostřednictvím učiva nejnižších ročníků školy (numerace v oboru do 20 a do 100) rozvíjejí uvedené dovednosti stejně jako ochotu pouštět se do řešení netradičně zadaných úloh. Jako v předchozích metodických publikacích jsme při tvorbě úloh vycházeli ze znalosti procesu poznávání v matematice i ze zkušenosti, že k popsaným porozuměním a dovednostem lze dospět prostřednictvím sérií obtížnostně gradovaných úloh vedoucích žáka k rozvoji schopnosti zobecňovat. Tak jsou koncipovány i následující matematické stránky. Sady typově podobných úloh na jednotlivých pracovních listech, které jsou obtížnostně odstupňovány, nabízejí učiteli možnost individualizovat přístup k žákům tak, aby i ti nejslabší žáci mohli zažít radost z vyřešené úlohy (úlohy sady A), ale aby i ti nejzdatnější žáci prožili uspokojení z vynaloženého intelektuálního úsilí (úlohy poslední sady – C, nebo D, anebo i E). Úlohy sady A lze použít i v nižším ročníku a také úlohy sady C, D, event. E, lze použít i ve vyšším ročníku.

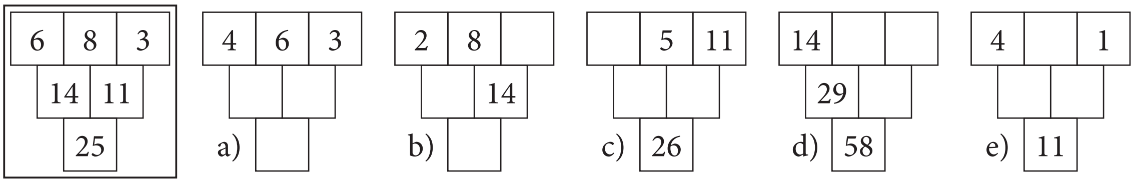
K úlohám jsou uvedeny didaktické komentáře a výsledky, někdy i řešení. Výsledkovou (komentářovou) část textu lze snadno oddělit a každou stránku lze použít rovněž jako test nebo domácí úkol. V mnoha případech však doporučujeme, aby byly úlohy řešeny ve třídě společně a aby se o nich vedla diskuse. Žáci potřebují dostat příležitost k hledání, experimentování a spekulování, k obhajování svých řešení úloh.

3 MATEMATIKA

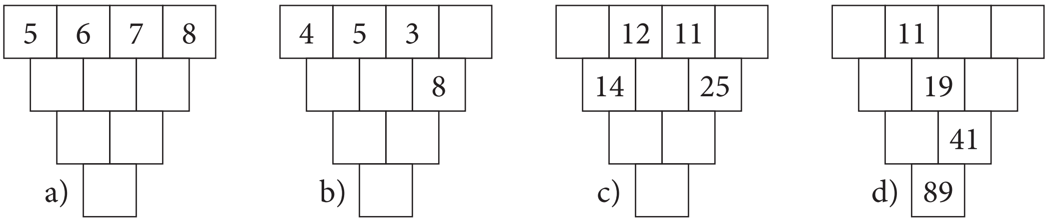
1 SČÍTÁNÍ A ODČÍTÁNÍ

První součtový trojúhelník ve cvičení1.A.1 je vyřešen. Každé číslo ve druhém, třetím a eventuelně dalším řádku je součtem dvou čísel nad ním.

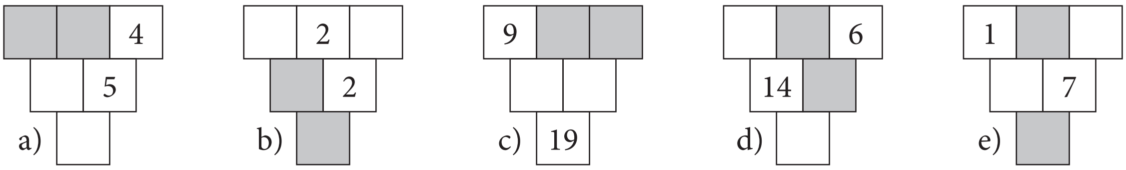
1.A.1 Vyřeš součtové trojúhelníky.



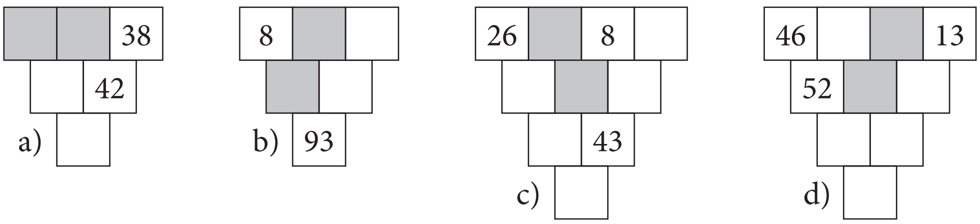
1.A.2 Vyřeš součtové trojúhelníky.



1.A.3 Doplň čísla tak, aby součet čísel v šedých polích byl 8.



1.A.4 Doplň čísla tak, aby součet čísel v šedých polích v součtovém trojúhelníku byl 12.



1.A.5 Vytvoř součtový trojúhelník, když znáš všechna jeho čísla.

a) 2, 4, 6, 8, 12, 18 **b)** 4, 5, 9, 12, 17, 26 **c)** 8, 13, 24, 32, 37, 69
d) 22, 8, 31, 3, 42, 34, 9, 14, 64, 5 **e)** 32, 80, 40, 40, 0, 16, 8, 8, 24, 48

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

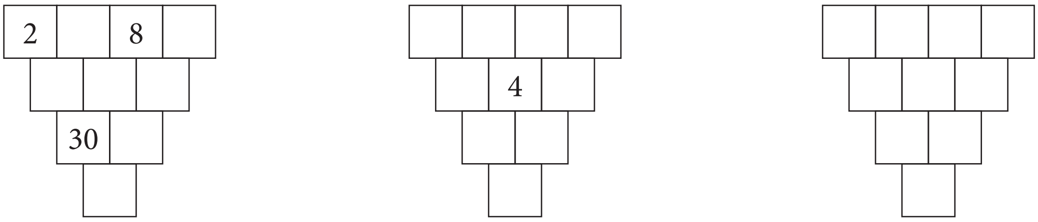
Komentář
Poslední součtový trojúhelník ve cvičení 1.A.1 je náročný, neboť z daných čísel není možné žádné další číslo zjistit přímo. Pokud si žáci nebudou vědět rady, doporučujeme metodu pokus-omyl. Ve cvičení 1.A.3 lze zjistit hledaná čísla přímo pouze u prvního trojúhelníku. Rovněž doporučujeme metodu pokus-omyl. Pokud některý žák objeví nějakou řešitelskou strategii, je vhodné, aby s ní seznámil i ostatní žáky.

Výsledky (je uveden vždy jen první řádek součtového trojúhelníku)
1.A.1 b) 2, 8, 6; **c)** 5, 5, 11; **d)** 14, 15, 14; **e)** 4, 3, 1.
1.A.2 a) 5, 6, 7, 8; **b)** 4, 5, 3, 5; **c)** 2, 12, 11, 14; **d)** 18, 11, 8, 14.
1.A.3 a) 7, 1, 4; **b)** 1, 2, 0; **c)** 9, 2, 6; **d)** 13, 1, 6; **e)** 1, 0, 7.
1.A.4 a) 8, 4, 38; **b)** 8, 2, 81; **c)** 26, 2, 8, 25; **d)** 46, 6, 3, 13.
1.A.5 Je uvedeno pouze jedno ze dvou možných symetrických řešení. **a)** 2, 4, 8; **b)** 4, 5, 12; **c)** 8, 24, 13; **d)** 9, 5, 3, 31; **e)** 16, 8, 0, 40.

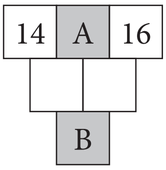
✂ ✂

1.B.1 Vrať čísla do součtových trojúhelníků.

a) 62, 18, 14, 12, 32, 6, 10 **b)** 6, 10, 21, 11, 7, 4, 3, 1, 5 **c)** 13, 5, 8, 3, 1, 4, 22, 9, 2, 6



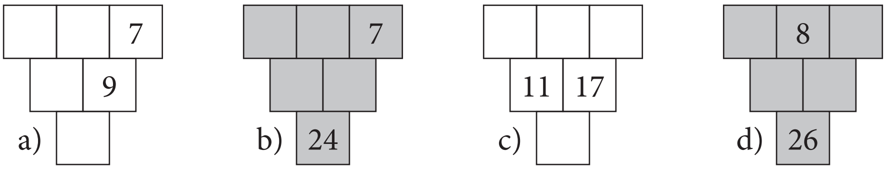
1.B.2 Do pole A součtového trojúhelníku postupně dosazuj čísla 1 až 10. Součtový trojúhelník vyřeš, urči součet všech jeho čísel (S) a zapiš do připravené tabulky. Co pozoruješ?



A										
B										
S										

. . . .

1.B.3 Vyřeš. Součet všech čísel prvního řádku každého součtového trojúhelníku je 18. Najdi všechna řešení.



✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Komentář

Cílem cvičení 1.B.2 je kromě procvičování numerického počítání motivovat žáky k objevování zákonitostí. Těch je zde několik, například: a) čísla v poli B rostou po 2; b) součet S roste po 5; c) když k dvojnásobku čísla v poli A přičtu 30, dostanu číslo v poli B; d) když k pětinásobku čísla v poli A přičtu 90, dostanu součet všech čísel v trojúhelníku. Ve cvičení 1.B.3 mají první tři trojúhelníky pouze jediné řešení. Všechna čísla lze vypočítat přímo. Poslední trojúhelník zasahuje do oblasti kombinatoriky. Pokud žáci dosadí správně čísla do prvního řádku trojúhelníku (součet 18), naleznou vždy správné řešení. Osvědčilo se, když žáci svá řešení zapisovali na tabuli a společně nad nimi uvažovali. Jestliže žáci zjistí, že se vždy jedná o rozklad čísla 10 na dva sčítance, pak je již nalezení konečného počtu řešení snadné. V oboru přirozených čísel (N_0) jich je 11, pokud dva symetrické trojúhelníky považujeme za různé. Někteří žáci mohou přijít i s návrhem záporného čísla (např. –5, 8, 15) nebo zlomku či desetinného čísla (např. 0,5; 8; 9,5). Jednotlivé případy prověřují a získávají tak zkušenosti se sčítáním celých a racionálních čísel. Nakonec dospějí k závěru, že úloha má nekonečně mnoho řešení.

Výsledky (je uveden vždy jen první řádek součtového trojúhelníku)

1.B.1 a) 2, 10, 8, 6; **b)** 5, 1, 3, 4 a symetrické řešení; **c)** 6, 2, 3, 1 a symetrické řešení.

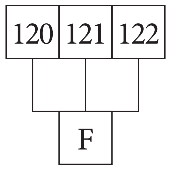
1.B.2

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50
S	95	100	105	110	115	120	125	130	135	140

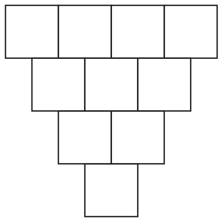
1.B.3 a) 9, 2, 7; **b)** 5, 6, 7; **c)** 1, 10, 7; **d)** v oboru přirozených čísel (N_0) má úloha 11 řešení: 0, 8, 10; 1, 8, 9; 2, 8, 8; 3, 8, 7; 4, 8, 6; 5, 8, 5; 6, 8, 4; 7, 8, 3; 8, 8, 2; 9, 8, 1; 10, 8, 0.

✂ ✂

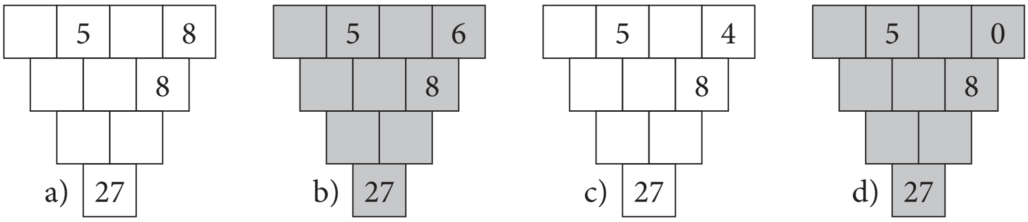
1.C.1 Zvol tři po sobě jdoucí trojciferná čísla a zapiš je do prvního řádku součtového trojúhelníku jako na obrázku. Součtový trojúhelník vyřeš. Zopakuj pro jinou trojici čísel. Co platí pro číslo v poli F?



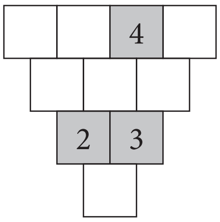
1.C.2 Součet všech čtyř čísel prvního řádku součtového trojúhelníku je 3 a součet všech šesti zbylých čísel je 24. Najdi aspoň pět řešení.



1.C.3 Vyřeš součtový trojúhelník a pro každý z nich urči součet všech jeho čísel.



1.C.4 Doplň trojúhelník, když víš, že součet čtyř čísel v horním řádku je:
a) 7; **b)** 5; **c)** 1; **d)** –7; **e)** –5; **f)** –1.



✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Komentář

Úlohu 1.C.1 lze individualizovat podle zdatnosti žáků v numeraci. Slabší počtáři mohou volit tři po sobě jdoucí dvojciferná čísla. Úloha 1.C.2 zasahuje do kombinatoriky. Prostřední číslo druhého řádku trojúhelníku musí být 3. V oboru přirozených čísel má úloha pouze čtyři řešení. Aby žáci nalezli páté (a následně mnohá další), musí použít záporné číslo, nebo desetinné číslo, nebo zlomek. Ve cvičení 1.C.3 se u trojúhelníků c) a d) objevují záporná čísla. Někteří žáci si mohou všimnout, že zadání součtových trojúhelníků je totožné, mění se pouze čtvrté číslo horního řádku. Může je to motivovat k tomu, že se rozhodnou řešit další trojúhelníky (dosazením čísel 1, 2, 3, 5, 7 do čtvrtého pole horního řádku), evidovat řešení, řadit je a postupně nacházet závislosti. Například: První čísla v prvním i druhém řádku se v trojúhelnících zvyšují o 2, součet čísel v součtových trojúhelnících se zvyšuje o 3.

Výsledky a řešení

1.C.1 Pro všechny výsledky platí, že číslo v poli F dostaneme jako čtyřnásobek prostředního čísla. Například:

Horní čísla	120, 121, 122	250, 251, 252	881, 882, 883	629, 630, 631
Dolní číslo	484	1 004	3 528	2 520

1.C.2 Všechny součtové trojúhelníky, které vyhovují zadání, musí mít v prvním řádku v krajních polích čísla, jejichž součet je nula, a součet prostředních polí musí být 3. Řešení je nekonečně mnoho, v oboru přirozených čísel (N_0) však pouze čtyři. Jejich první řádek je (0, 3, 0, 0), (0, 0, 3, 0), (0, 2, 1, 0), (0, 1, 2, 0).

1.C.3 První řádek trojúhelníku, (součet čísel): **a)** 4, 5, 0, 8, (93); **b)** 0, 5, 2, 6, (87); **c)** –4, 5, 4, 4, (81); **d)** –12, 5, 8, 0, (69).

1.C.4 První řádek trojúhelníku **a)** 4, –3, 4, 2; **b)** 6, –4, 4, –1; **c)** 2, –2, 4, –3; **d)** –6, 2, 4, –7; **e)** –4, 1, 4, –6; **f)** 0, –1, 4, –4.

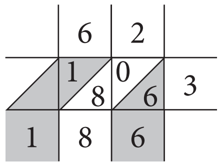
✂ ✂

2 NÁSOBENÍ

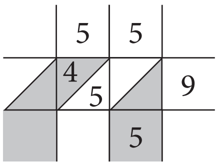
2.A.1 Vynásob.

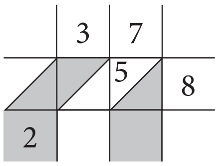
62 · 3 = 55 · 9 = 37 · 8 = 41 · 7 =

Staří Indové tyto výpočty dělali pomocí tabulek jako na obrázku vpravo.

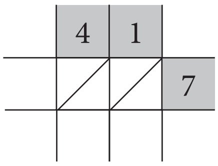


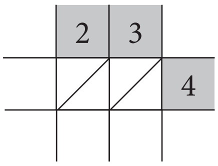
2.A.2 Vynásob pomocí tabulky jako Indové.

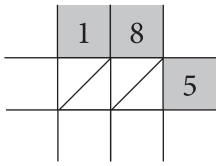


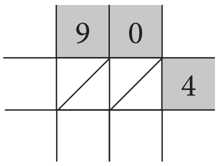


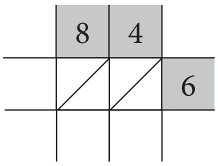
2.A.3 Indickým způsobem vynásob.

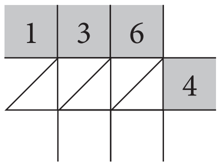












2.A.4 Do rámečků dopiš číslice tak, aby platila rovnost.

$3 \cdot \square = \square 1$	$6 \cdot \square = \square 8$	$8 \cdot \square = \square$
$4 \cdot \square = 3\square$	$6 \cdot \square = \square 4$	$8 \cdot \square = 6\square$
$5 \cdot \square = 4\square$	$7 \cdot \square = \square 9$	$9 \cdot \square = \square 5$

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Komentář

V prvním cvičení žáci násobí běžným způsobem. Další dvě cvičení seznamují žáka s procedurou indického násobení vícemístného čísla jednomístným. Poslední cvičení je již sofistikovanější – nutí žáka hledat. Poslední číslice násobků tří malé násobilky jsou: 3, 6, 9, 2, 5, 8, 1, 4, 7, 0. Zde se objevuje všech deset číslic. Obdobně je to u násobků čísel 1, 7, 9. U násobků čísla 5 se pravidelně střídá 0, 5. U násobků sudých čísel se střídají všechna sudá čísla, každé dvakrát. Pokud žák chce, může ke kontrole používat kalkulačku.

Výsledky

2.A.1 186; 495; 296; 287.

2.A.2 495; 296.

2.A.3 287; 92; 90; 360; 504; 544.

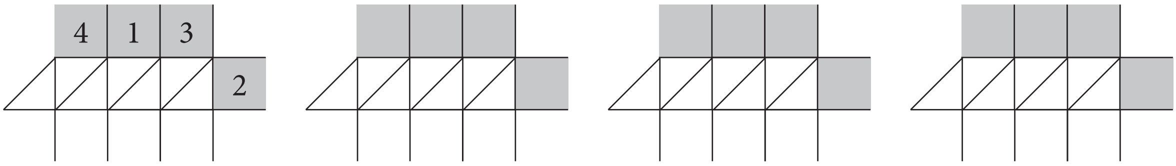
2.A.4 (po sloupečcích) 3 · **7** = **2**1; 4 · **8** = 32 a 4 · **9** = 3**6**; 5 · **8** = 4**0** a 5 · 9 = 4**5**; 6 · **3** = **1**8 a 6 · **8** = **4**8; 6 · **4** = **2**4 a 6 · **9** = **5**4; 7 · **7** = **4**9; 8 · **1** = **8**; 8 · **8** = 6**4**; 9 · **5** = **4**5.

✂ ✂

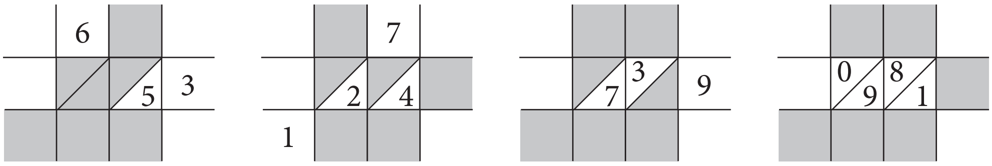
2.B.1 Vynásob.

413 · 2 = 504 · 7 = 229 · 4 = 867 · 3 =

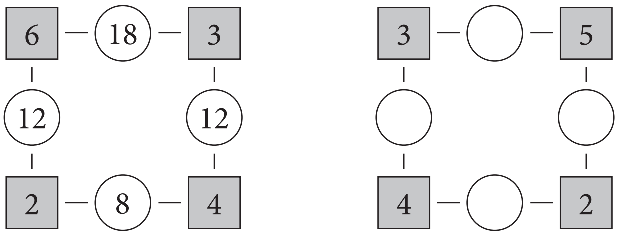
2.B.2 Výpočty z předchozího cvičení proveď indickým způsobem.



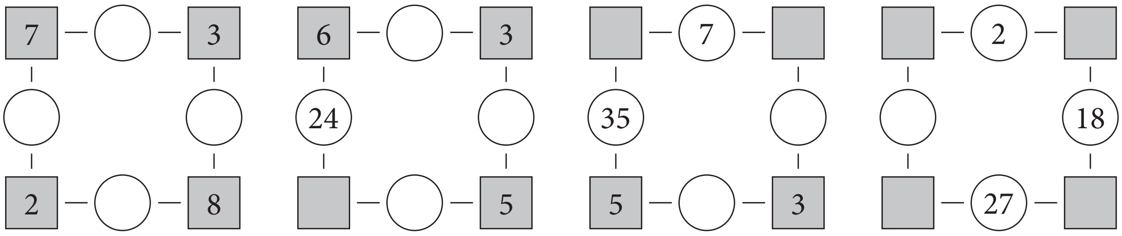
2.B.3 Do šedivých polí doplň scházející čísla.



2.B.4 **a)** Pozoruj, podle jakého pravidla je vytvořen první násobilkový čtverec.
b) Podle stejného pravidla doplň čísla do druhého čtverce.



2.B.5 Doplň scházející čísla do násobilkových čtverců.



2.B.6 Zjisti součet čtyř středových čísel (v kolečkách) u každého ze čtverců v předchozím cvičení.

2.B.7 Do rohových polí násobilkového čtverce vlož čísla 1, 2, 3, 4 tak, aby součet středových čísel byl **a)** co největší **b)** co nejmenší

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Komentář

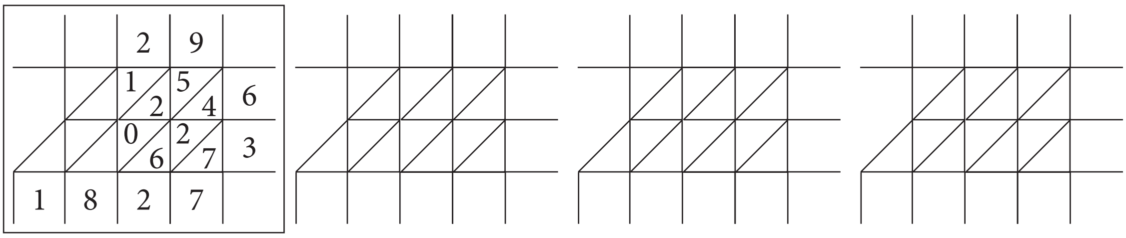
Ve cvičení 2.B.3 se aplikuje cvičení 2.A.4. V 2.B.4 se žáci seznamují s prostředím násobilkových čtverců. Čísla ve vrcholech čtverce nazýváme rohová, čísla v kroužcích ve středech stran čtverce nazýváme středová. V 2.B.5 se řeší úlohy z tohoto prostředí v narůstající obtížnosti. Poslední dvě cvičení připravují půdu pro odhalení „tajemství" násobilkových čtverců, které spočívá v poznání, jak z rohových čísel rychle zjistit součet čísel středových.

Výsledky

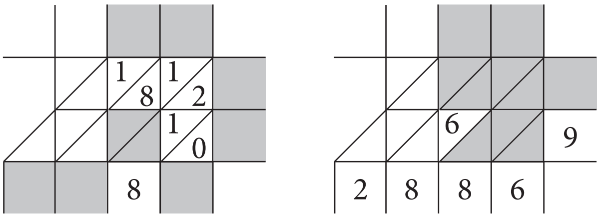
2.B.1 826; 3528; 916; 2601.
2.B.2 826; 3528; 916; 2601.
2.B.3 65 · 3 = 195; 67 · 2 = 134; 34 · 9 = 306; 19 · 9 = 171.
2.B.4 Středové číslo je součin sousedních dvou rohových čísel. Po řádcích: 15, 12, 10, 8.
2.B.5 Po řádcích 21, 14, 24, 16; 18, 15, 4, 20; 7, 1, 3, 15; 1, 2, 3, 3, 9.
2.B.6 75, 77, 60, 50.
2.B.7 Součty středových čísel mohou být: 21 (1, 2 rohová čísla na diagonále), 24 (1, 3 na diagonále), 25 (1, 4 na diagonále).

✂ ✂

2.C.1 Indickým způsobem vynásob.
Podívej se na vzor. 27 · 43 71 · 19 56 · 18

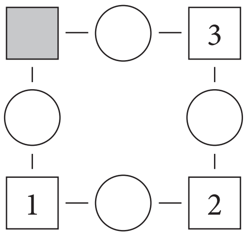


2.C.2 Doplň scházející čísla.



1□ · □ = 76
□□ · □ = 91
□□ · □ = 154
□2 · □ = 4□6

2.C.3 **a)** Do šedivého pole v levém horním rohu dej číslo 1 a najdi součet středových čísel.
b) Pak do tohoto pole dej číslo 2 a výpočet opakuj.
c) Pak postupně vkládej čísla 3, 4, 5 a 6 a výpočet opakuj.



2.C.4 Vytvoř násobilkový čtverec, jehož součet středových čísel je:
a) 50; **b)** 100; **c)** 500.

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Komentář

V prvním cvičení se procedura indického násobení rozšiřuje na násobení dvou dvoumístných čísel. Následující cvičení vede žáka ke zkoumání součinů z hlediska rozkladu čísel na prvočísla. Například první úloha pravého sloupce vede k rozkladu 76 = 2 · 2 · 19 a odtud řešení 19 · 4 = 76. Podobně druhá úloha má rozklad 91 = 7 · 13, třetí má rozklad 154 = 11 · 7 · 2. To vede na dvě řešení: 77 · 2 a 22 · 7. Poslední úloha druhého cvičení je náročná. Poslední číslice výsledku, 6, dává pro jednociferné číslo levé strany dvě možnosti: 3 a 8. Číslo 3 můžeme vyloučit, protože i kdybychom do prvního pole doplnili největší možné číslo, 9, a utvořili tak číslo 92, 92 · 3 je malé, proto tam musí být číslo 8. Zbytek lehce dopočítáme. Zmiňované „tajemství" násobilkových čtverců začíná žák odhalovat pomocí cvičení 2.C.3. Zde si všimne, že když čísla vložená do šedivého rohového pole násobilkového čtverce narůstají po jedné, součet středových čísel narůstá po 4. Čtvrté cvičení slouží k prohloubení zkušeností s násobilkovými čtverci, popřípadě k ověření hypotéz. Někteří žáci úlohu řeší metodou pokus-omyl. Ti, kteří objevili „tajemství", rozloží číslo 50 z úlohy a) na součin 10 · 5 a čísla 10 a 5 pak na součet dvou čísel, tedy například 10 = 1 + 9 a 5 = 2 + 3. Tato čísla umístí do rohů tak, aby proti sobě na diagonále byla čísla 1 a 9, 2 a 3.

Výsledky

2.C.1 1 161; 1 349; 1 008.

2.C.2 32 · 65 = 2 080; 74 · 39 = 2 886; 19 · 4 = 76; 13 · 7 = 91; 77 · 2 = 154; 22 · 7 = 154; 62 · 8 = 496 nebo 52 · 8 = 416.

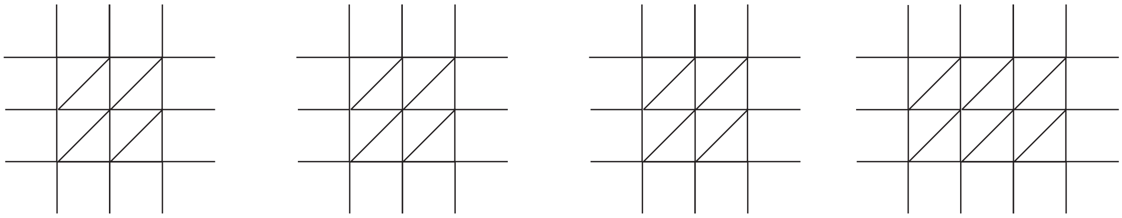
2.C.3. a) 12; **b)** 16; **c)** 20; 24; 28; 32.

2.C.4 Hlavním pravidlem je, že součin součtu protilehlých rohových čísel je roven součtu středových čísel. Z důvodu množství řešení uvádíme pouze některá. Čísla jsou uvedena po řádcích: **a)** 2, 1, 9, 3; **b)** 1, 8, 2, 9; **c)** 1, 98, 2, 4.

✂ ✂

2.D.1 Indickým způsobem vynásob.

33 · 56 77 · 24 88 · 21 168 · 11



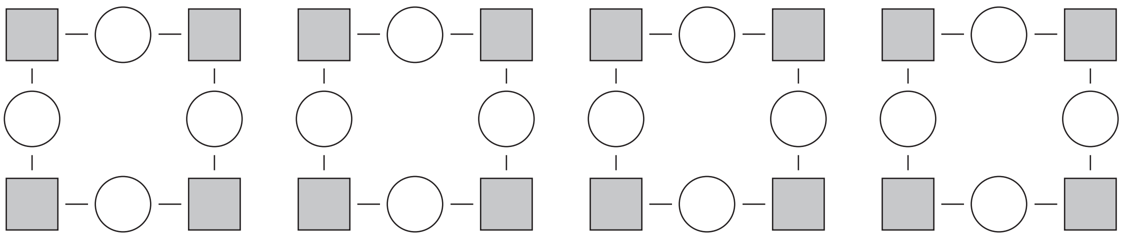
2.D.2 Číslo 1 512 vyjádři jako součin dvou dvojciferných čísel. Najdi tři různá řešení.

☐☐ · ☐☐ = 1 512

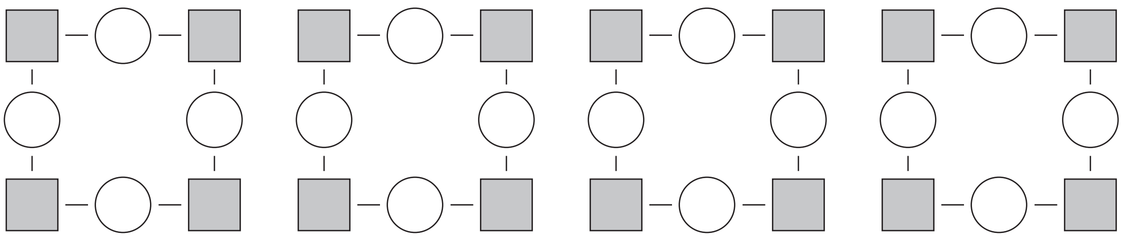
☐☐ · ☐☐ = 1 512

☐☐ · ☐☐ = 1 512

2.D.3 Do rohových polí násobilkového čtverce vlož čísla 1, 2, 3, 4, aby součet středových čísel byl dělitelný číslem 5.



2.D.4 Předchozí cvičení řeš pro čtveřici čísel:
a) 2, 3, 4, 5 **b)** 3, 4, 5, 6 **c)** 4, 5, 6, 7 **d)** 5, 6, 7, 8



✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Komentář

V prvním cvičení pomáhá procedura indického násobení k povšimnutí si zákonitostí souvisejících s posledními číslicemi činitelů a jejich součinu. Zde se jedná o číslo 8, které lze získat ze součinů 3 · 6 = 18, 7 · 4 = 28, 8 · 1 = 8. V následujícím cvičení je nejefektivnější rozložit číslo 1 512 na součin prvočísel, tedy 2 · 2 · 2 · 3 · 3 · 3 · 7, a ta rozdělit do dvou skupin tak, aby každá tvořila dvojciferné číslo. Třetí cvičení úzce souvisí s úlohou 2.B.7a. Do protilehlých rohů je potřeba umístit čísla 2 a 3. Jeho pokračováním je čtvrté cvičení. Žáci zde získají dostatek zkušeností, aby formulovali hypotézu, že součet protilehlých čísel musí být dělitelný 5. Se sérií úloh lze pokračovat například otázkou o dělitelnosti čísly 4, 6, 7, 8. Vyspělý žák bude schopen formulace pravidla, že pokud má být součet středových čísel dělitelný nějakým číslem, musí být tímto číslem dělitelný alespoň jeden ze součtů protilehlých rohových čísel.

Výsledky

2.D.1 Všechny výsledky jsou 1 848.
2.D.2 Řešení je šest: 56 · 27; 24 · 63; 72 · 21; 36 · 42; 18 · 84; 28 · 54.
2.D.3 Protilehlá rohová čísla jsou 2, 3.
2.D.4 Protilehlá rohová čísla jsou **a)** 2, 3; **b)** 4, 6; **c)** 4, 6; **d)** 7, 8.

✂ ✂

3 ČÍSELNÉ VZTAHY I

Ve všech cvičeních budeme pracovat s uvedenou stovkovou tabulkou.

Po tabulce chodíme vodorovně vpravo (→) a vlevo (←) nebo svisle nahoru (↑) a dolů (↓). Cestu 75↑65↑55←54 budeme stručně značit 75↑↑←. Podobně i v jiných případech.

Součet všech čísel cesty nazveme *součet* cesty a označíme S. Například součet cesty 35←34 je 35 + 34 = 69. To zapíšeme S(35←) = 69.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

3.A.1 Najdi druhé číslo cesty A a součet S(A→), kde A je rovno: **a)** 4; **b)** 17; **c)** 24; **d)** 30; **e)** 71; **f)** 63 ; **g)** 85 ; **h)** 28.

3.A.2 Najdi druhé číslo cesty A↑ a součet S(A↑), kde A je rovno: **a)** 17; **b)** 24; **c)** 30; **d)** 71; **e)** 63; **f)** 85; **g)** 98.

3.A.3 Doplň čísla těchto cest a zjisti součet každé cesty:

a) 73↑→→

b) 73→↑↑

c) 73↓→→↑

d) 73↑→→→

e) 73→↑↑←

f) 73←↓↓→

Počet šipek cesty nazveme *délka cesty.* Cesta délky 3 obsahuje 4 čísla, cesta délky *d* obsahuje *d* + 1 čísel. I jedno číslo považujeme za cestu. Je to cesta délky 0.

3.A.4 Najdi všechny cesty délky 1, jejichž součet je: **a)** 1; **b)** 5; **c)** 9; **d)** 10; **e)** 11; **f)** 12; **g)** 13; **h)** 14; **i)** 15; **j)** 16; **k)** 18; **l)** 20.

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Komentář

Cvičení 3.A.1 až 3.A.4 slouží ke vstupnímu seznámení se stovkovou tabulkou. Žák podle pokynů vyhledává čísla stovkové tabulky a zároveň u některých úloh si procvičuje operaci sčítání.

Výsledky

3.A.1 a) Cesta 4→ má druhé číslo 5 a součet cesty je 9. U dalších úloh uvádíme pouze součet cesty. **b)** 35; **c)** 49; **d)** 61; **e)** 143; **f)** 127; **g)** 171; **h)** 57.

3.A.2 Opět uvádíme pouze součet cesty. **a)** 24; **b)** 38; **c)** 50; **d)** 132; **e)** 116; **f)** 160; **g)** 186.

3.A.3 Zase uvádíme pouze součet cesty. **a)** 265; **b)** 265; **c)** 400; **d)** 331; **e)** 318; **f)** 412.

3.A.4 Každá úloha má dvě řešení. Když je součet cesty číslo liché, tak první řešení je A→ a druhé je (A+1)←. Když je součet cesty číslo sudé, tak první řešení je A↓ a druhé je (A+10)↑. Ve výsledcích tedy stačí uvést číslo A. **a)** 0; **b)** 2; **c)** 4; **d)** 0; **e)** 5; **f)** 1; **g)** 6; **h)** 2; **i)** 7; **j)** 3; **k)** 4; **l)** 5.

✂ ✂

3.B.1 Zjisti, kolik je v dané stovkové tabulce čísel:
a) jednociferných
b) dvojciferných
c) sudých
d) lichých

3.B.2 Zjisti, kolik je v tabulce čísel, u nichž je na místě desítek číslice: **a)** 1; **b)** 2; **c)** 7; **d)** 0.

3.B.3 Zjisti, kolik je v tabulce čísel, u nichž je na místě jednotek číslice: **a)** 1; **b)** 2; **c)** 7; **d)** 0.

3.B.4 Kolik je ve stovkové tabulce
a) číslic 0?
b) číslic 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?
c) všech číslic?

3.B.5 Jdi postupně po číslech stovkové tabulky od 0 do 99 a vybarvi každé druhé číslo, tedy vybarvíš 1, 3, 5 atd. Jak bude vypadat stovková tabulka, až ji takto vybarvíš celou?

3.B.6 Stovkovou tabulku vybarvi tak, že vybarvíš každé
a) třetí číslo, tedy čísla 2, 5, 8, 11 atd.
b) čtvrté číslo, tedy vybarvíš čísla 3, 7, 11 atd.
c) číslo, jehož ciferný součet je sudý.

3.B.7 V tabulce jsou vybarvena jistá čísla. Jaký pokyn k vybarvování dáš, aby vznikl takovýto „vzor“?

a)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

b)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

✂ ---------- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ---------- ✂

Komentář
Žák, který se rychle zorientuje ve cvičeních 3.B.2 až 3.B.4 a pochopí rozdíl slov číslo – číslice, nebude je řešit všechna a skočí hned na 3.B.5. Úloha 3.B.2d může vést k diskusi, zda bychom číslo 5 neměli psát 05 apod. Učitel seznámí žáky s přijatou konvencí, že u vícemístných čísel nepřipouštíme číslici 0 na prvním místě. SPZ na autech nejsou čísla, ale kódy. Poslední tři cvičení propojují procesuální zkušenosti (postupné vybarvování např. každého třetího čísla) a konceptuální výsledek – vybarvený vzor.
Výsledky
3.B.1 a) 10; **b)** 90; **c)** 50; **d)** 50.
3.B.2 a) 10; **b)** 10; **c)** 10; **d)** 0.
3.B.3 Všechny výsledky jsou 10.
3.B.4 a) 10; **b)** všechny výsledky jsou 20; **c)** 190.
3.B.5 Vybarvené jsou „liché“ sloupce.
3.B.6 a) Vybarveny jsou „úhlopříčky“: od 20 do 2, od 50 do 5, od 80 do 8, od 92 do 29, od 95 do 59, od 98 do 89, jedná se o násobky tří zmenšené o 1; **b)** vybarvena jsou všechna čísla X1, X5 a X9 pro X liché a všechna čísla Y3 a Y7 pro Y sudé, včetně čísel 3 a 7; **c)** tabulka vypadá jako šachovnice.
3.B.7 a) Každé páté číslo tabulky je obarveno, jedná se o násobky pěti zmenšené o 1; **b)** každé osmé číslo tabulky je obarveno, jedná se o násobky osmi zmenšené o 1.

✂ -------------------- ✂

3.C.1 Vybarvi nejdelší úhlopříčku ve stovkové tabulce, která vede od čísla 90 vlevo dole k číslu 9 vpravo nahoře. Popiš, co je na číslech ležících v této rostoucí úhlopříčce zajímavého.

3.C.2 Stejnou úlohu řeš pro úhlopříčku rostoucí
a) od čísla 40 k číslu 4
b) od čísla 95 k číslu 59
c) od čísla *x* k číslu *y* (čísla si zvol sám)

3.C.3 Stejnou úlohu řeš pro úhlopříčku klesající
a) od čísla 0 k číslu 99
b) od čísla 40 k číslu 95
c) od čísla 5 k číslu 49
d) od čísla *x* k číslu *y* (čísla si zvol sám)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

3.C.4 Zjisti součet $S(n\rightarrow\rightarrow)$ pro $n = 7$, 14, 32, 50 a 77. Ina tvrdí, že každý z těchto součtů se dá dělit trojkou. Tvrdí, že ona výsledek dělení řekne ihned, jak jí někdo řekne číslo *n*. Odhal trik Iny.

3.C.5 Bartoloměj Inu nachytal. Řekl jí nějaké číslo ze stovkové tabulky, ona ihned odpověděla, ale její odpověď byla chybná. Jaké číslo Bartoloměj Ině řekl?

3.C.6 Zjisti součet $S(n\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow)$ pro:
a) $n = 4$
b) $n = 15$
c) $n = 91$
Co pozoruješ? Jak můžeš rychle určit tento součet pro libovolné číslo *n*? Prověř svoje pravidlo pro $n = 17$.

3.C.7
a) Zjisti součet $S(n\rightarrow\downarrow)$ pro každé z čísel $n = 4$, 15, 73.
b) Každý ze tří získaných součtů vyděl číslem 3.
c) Zjisti, jak výsledek dělení souvisí s výchozím číslem *n*.

3.C.8 Řeš předchozí cvičení, když místo $S(n\rightarrow\downarrow)$ vezmeš
a) $S(n\downarrow\rightarrow)$;
b) $S(n\uparrow\leftarrow)$.

✂ ------------------------------ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ------------------------------ ✂

Komentář
Cvičení 3.C.1 a 3.C.2 žáka seznamují s vlastnostmi rostoucích a klesajících úhlopříček ve stovkové tabulce. Dále ve cvičeních 3.C.3 až 3.C.6 žák hledá efektivní strategie pro součet různého počtu po sobě jdoucích čísel různě uspořádaných (v řádku či sloupci) ve stovkové tabulce.

Výsledky
3.C.1 a) Ciferný součet čísla je 9, číslo je násobkem 9.
3.C.2 Ciferné součty čísel každé rostoucí úhlopříčky jsou stejné.
3.C.3 Ciferné rozdíly čísel každé klesající úhlopříčky jsou stejné. Přesněji: jsou-li AB a CD dvě čísla stejné klesající úhlopříčky, pak A – B = C – D. V tomto výjimečném případě jednomístné číslo B píšeme jako dvojmístné 0B.
3.C.4 Součty jsou: 21; 42; 96; 150; 237. $S(n\rightarrow\rightarrow) = 3 \cdot (n + 1)$, tedy $S(n\rightarrow\rightarrow) : 3 = n + 1$. Když někdo řekne Ině *n*, ona ihned řekne $n + 1$.
3.C.5 Bartoloměj řekl číslo 68 a Ina ihned řekla 69. To je ale chyba, neboť cesta $68\rightarrow\rightarrow$ neexistuje.
3.C.6 a) 30; **b)** 85; **c)** 465. Všechna čísla jsou dělitelná pěti. Platí $S(n\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow) = 5 \cdot (n + 2)$. Pravidlo platí pouze, když cesta $n\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow$ existuje, tj. když poslední číslice čísla *n* je menší než 5.
3.C.7 a) 24, 57, 231; **b)** 8, 19, 77; **c)** výsledek dělení je o 4 větší než původní číslo, tj. $S(n\rightarrow\downarrow) = 3 \cdot (n + 4)$.
3.C.8 Klíčový vztah je **a)** $S(n\downarrow\rightarrow) = 3 \cdot (n + 7)$; **b)** $S(n\uparrow\leftarrow) = 3 \cdot (n - 7)$.

✂ -- ✂

3.D.1 Obarvi stovkovou tabulku jako šachovnici. (Pole „0“ je bílé.) Jaká čísla jsou v tmavých polích? Jaká čísla jsou v bílých polích?

3.D.2 Na stovkovou tabulku polož kříž z obrázku 1 tak, že středové pole kříže je číslo:
a) 23
b) 34
c) 67
Zjisti vždy součet všech pěti čísel pokrytých křížem. Součet pak vyděl číslem 5. Jaký bude výsledek?

3.D.3 Najdi trik, jak rychle zjistit součet všech čísel pokrytých křížem z obrázku 1, když znáš číslo ve středovém poli.

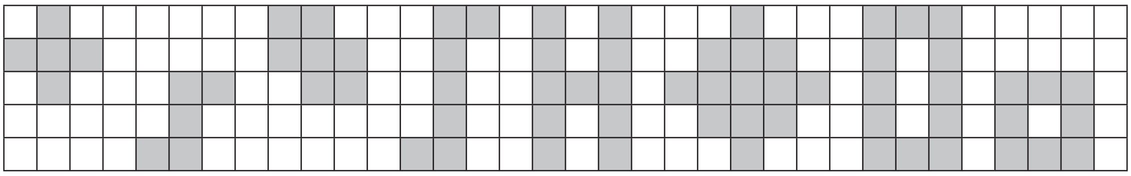
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

3.D.4 Na stovkovou tabulku polož kříž z obrázku 1 tak, aby součet všech pěti čísel pokrytých křížem byl:
a) 120
b) 175
c) 390
Na které pole položíš střed kříže?

3.D.5 Najdi trik, jak rychle zjistit součet všech čísel pokrytých útvarem **a)** z obrázku 2; **b)** z obrázku 3; **c)** z obrázku 4, když znáš číslo ve středovém poli.

3.D.6 Stejnou úlohu řeš pro útvar **a)** z obrázku 5; **b)** z obrázku 6; **c)** z obrázku 7.

3.D.7 Najdi útvar, který má tuto vlastnost: součet čísel pokrytých útvarem je osminásobek čísla na středovém poli.



obr. 1 obr. 2 obr. 3 obr. 4 obr. 5 obr. 6 obr. 7 obr. 8

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Komentář
Úlohy 3.D.1 až 3.D.8 svou problematikou navazují na úlohy 3.C.1 až 3.C.8.
Výsledky
3.D.1 V tmavých polích najdeme čísla, jejichž ciferný součet je liché číslo. V bílých polích najdeme čísla, jejichž ciferný součet je sudé číslo.
3.D.2 Součet je pětinásobek čísla ze středového pole: **a)** 115; **b)** 170; **c)** 335.
3.D.3 Viz předchozí cvičení.
3.D.4 Střed kříže položíme na pole: **a)** 24; **b)** 35; **c)** 78.
3.D.5 Součet je **a)** pětinásobek; **b)** sedminásobek; **c)** sedminásobek čísla ze středového pole.
3.D.6 Součet je **a)** 11násobek; **b)** 13násobek; **c)** 12násobek čísla ze středového pole.
3.D.7 Jde o útvar viz obr. 8.

4 DESÍTKOVÁ SOUSTAVA

V algebrogramu se písmena nahrazují číslicemi. Stejná písmena stejnými číslicemi, různá písmena různými číslicemi. Například v algebrogramu AB + A = 29 nahradíme písmeno A číslicí 2 a písmeno B číslicí 7 a dostaneme 27 + 2 = 29. V algebrogramu AA – B = 29 nahradíme A číslicí 3 a B číslicí 4. Dostaneme 33 – 4 = 29. Když o znacích 2 a 3 mluvíme jako o číslicích, tak výraz 2 + 3 nemá smysl, protože číslice sčítat neumíme. V celé kapitole ale číslice budeme považovat i za čísla. Vyřešit algebrogram znamená nahradit písmena vhodným číslicemi z číslic 0, …, 9.

4.A.1 Písmeno A nahraď číslicí 2, písmeno B číslicí 5 a písmeno C číslicí 8. Zjisti, zda platí rovnost.

a) 1 + A = 3	**b)** B – 1 = 3	**c)** C + 3 = 5	**d)** A + B = 7
e) B + A = 8	**f)** B – A = 3	**g)** AC = 28	**h)** BB = 52
i) AA + 1 = 23	**j)** BC + 2 = 31	**k)** AA + C = 40	**l)** CA – B = 77

4.A.2 Vyřeš.

3 + A = 8	B + B = 14	C – 4 = 5	2 · D = 16
2 + 11 = E + 9	13 – F = 7	G + 3 = 7 – G	H + 6 + H = 14 + 6

4.A.3 Vyřeš.

A + A + A = 21	15 – B = 3 + B	17 – C – C = 11
D + D + 8 = 23 – D	2 E + 1 = 10 + E	2 · F – 7 = 11 – 8
3 · G + 1 = 13	20 – 2 · H = 10	I + 2 · I = 12
3 · J = 28 – J	60 = 12 · K	71 – 10 L = 1

4.A.4 Vyřeš.

AA = 70 + A	BB – B = 80	CC + C = 36
60 – D = DD	100 – EE = 1	FF + 2 · F = 78
GG – 8 = 9 · G	HH – 5 · H = 30	II – 6 · I = 20

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Komentář

Podobných úloh, jako jsou první dvě, lze rychle vytvořit libovolné množství. Náročnost úlohy narůstá s počtem operací (odčítání je náročnější než sčítání), počtem výskytů písmen a tím, zda jsou v úloze dvě různá písmena. Úloha 4.A.2h nabízí rychlé řešení: na obou stranách škrtneme číslici 6 a máme úlohu 4.A.2b.

V každém algebrogramu cvičení 4.A.3 a 4.A.4 je jen jediný typ písmene, a proto jej lze dobře řešit metodou pokus–omyl. Učitel může z úloh cvičení 4.A.3 i úloh cvičení 4.A.4 vytvořit úlohu s volbou odpovědi tak, že pro použité písmeno v algebrogramu nabídne řešiteli čtyři možnosti. Například u algebrogramu 4.A.3a nabídne pro písmeno A číslice 6, 7, 8 a 9.

Výsledky

4.A.1 a), **d)**, **f)**, **g)**, **i)**, **l)** – platí; **b)**, **c)**, **e)**, **h)**, **j)**, **k)** – neplatí.
4.A.2 A = 5; B = 7; C = 9; D = 8; E = 4; F = 6; G = 2; H = 7.
4.A.3 A = 7; B = 6; C = 3; D = 5; E = 9; F =5; G = 4; H = 5; I = 4; J = 7; K = 5; L = 7.
4.A.4 A = 7; B = 8; C = 3; D = 5; E = 9; F = 6; G = 4; H = 5; I = 4.

✂ ✂

Vyřeš následující algebrogramy. To znamená, nahraď každé z písmen A, B, C, … některou z číslic 0, …, 9. Vždy hledej všechna řešení.

4.B.1 **a)** AB + B = 74 **b)** CD + D = 38 **c)** EF + F = 72 **d)** GH + H = 66
e) IJ – I = 15 **f)** KL – K = 20 **g)** MN + M = 61 **h)** PQ + P = 84

4.B.2 **a)** AB = 74 – B **b)** CD = 72 – D **c)** EF = 20 + E **d)** GH = 61 – G

4.B.3 **a)** AA + 2 · B = 28 **b)** CC + 2 · D = 50 **c)** EE + 3 · F = 25 **d)** GG +3 · H = 76
e) II + 4 · J = 41 **f)** KK + 4 · L = 58 **g)** MM + 5 · N = 60 **h)** PP +5 · Q = 73
i) RR + 6 · S = 90 **j)** TT +7 · U = 87 **k)** VV + 8 · W = 57 **l)** XX +9 · Y = 103

4.B.4 **a)** AA – 2 · B = 20 **b)** CC – 2 · D = 30 **c)** EE – 3 · F = 19 **d)** GG – 3 · H = 82
e) II – 4 · J = 25 **f)** KK – 4 · L = 91 **g)** MM – 5 · N = 50 **h)** PP – 5 · Q = 15
i) RR – 6 · S = 42 **j)** TT – 7 · U = 45 **k)** VV – 8 · W = 45 **l)** XX – 9 · Y = 18

4.B.5 Zvol číslice tak, aby daný výraz byl roven číslu 21. Hledej všechna řešení.
a) AB – A **b)** CD – 2 · C **c)** EF – 3 · E **d)** GH – 4 · G **e)** IJ – 5 · I
f) KL – 6 · K **g)** MN – 7 · M **h)** PQ – 8 · P **i)** RS – 9 · R **j)** TU – 10 · T

4.B.6 Hledej všechna řešení.
a) 4 · A = 7 · B **b)** 7 · C = D **c)** 3 · E = F **d)** 6 · G = 9 · H
e) FG = 3 · G **f)** HI = 5 · I **g)** JK = 4 · K + J **h)** LM = 3 · L + 2 · M

4.B.7 Hledej všechna řešení.
a) A · A = A + A **b)** B · B = B + B + B **c)** C · C = C + C + C + C **d)** DE = E · E
e) FG = G · G · G **f)** HH = H · H + H · I **g)** JJ = J · J + J · J + J **h)** KL = K · L

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Komentář
Náročnost úloh je gradována a) počtem písmen, b) počtem a druhem operací, c) velikostí čísel, d) absencí čísel, e) výskytem čísel typu XY. Úlohu typu XY – *n* · X = 21 lze přepsat na tvar X · (10 – *n*) + Y = 21. To žáci nesvedou, ale později, když se setkají s jazykem algebry, lépe pochopí, jak silný nástroj to je.
Výsledky
4.B.1 a) A = 6, B = 7 nebo A = 7, B = 2; **b)** C = 2, D = 9 nebo C = 3, D = 4; **c)** E = 7, F= 1; **d)** G = 5, H = 8 nebo G = 6, H = 3; **e)** I = 1, J =6; **f)** nemá řešení; **g)** M = 5, N = 6; **h)** nemá řešení.
4.B.2 a) A = 6, B = 7 nebo A = 7, B = 2; **b)** C = 7, D = 1; **c)** nemá řešení; **d)** G = 5, H = 6.
4.B.3 a) A = 2, B = 3; **b)** C = 4, D = 3; **c)** E = 2, F = 1; **d)** G = 5, H = 7; **e)** I = 3, J = 2; **f)** K = 2, L = 9; **g)** M = 5, N = 1; **h)** P = 5, Q = 8; **i)** R = 6, S = 4; j) T = 6, U = 3; **k)** nemá řešení; **l)** X = 2, Z = 9.
4.B.4 a) A = 2, B = 1; **b)** C = 4, D = 7; **c)** E = 2, F = 1; **d)** G = 8, H = 2; **e)** I = 3, J = 2; **f)** K = 9, L = 2; **g)** M = 5, N = 1; **h)** P = 5, Q = 8; **i)** R = 6, S = 4; **j)** T = 6, U = 3; **k)** V = 7, W = 4; **l)** nemá řešení.
4.B.5 a) A = 2, B = 3; **b)** C = 2, D = 5; **c)** E = 3, F = 0, 27; **d)** Dále místo například G = 2, H = 9 budeme psát GH = 29; **e)** IJ = 36, 41; **f)** KL = 39, 45, 51; **g)** MN = 49, 56, 63, 70; **h)** PQ = 69, 85, 93; **i)** nemá řešení; j) nemá řešení.
4.B.6 a) AB = 74; **b)** CD = 17; **c)** EF = 13, 26 nebo 39; **d)** GH = 32, 64 nebo 96; **e)** FG = 15; **f)** HI = 25; **g)** JK = 13, 26 nebo 39; **h)** LM = 17.
4.B.7 a) A = 0 nebo 2; **b)** B = 0 nebo 3; **c)** C = 0 nebo 4**; d)** DE = 25 nebo 36; **e)** FG = 64; **f)** úloha má 8 řešení HI = 29, 38, 47, 56, 65, 74, 83 a 92; **g)** J = 5; **h)** nemá řešení.

✂ ✂

Vyřeš následující algebrogramy, tzn. nahraď každé z písmen A, B, C… některou z číslic 0, …, 9. Vždy hledej všechna řešení.

4.C.1 **a)** $80 < A \cdot A$ **b)** $B \cdot B + B \leq 12$
c) $C + D < 3$ **d)** $9 < E \cdot F < 13 < E \cdot E < 49$

4.C.2 **a)** $A \cdot B - A - B = 13$ **b)** $C \cdot D + C + D = 1$
c) $E \cdot F - E + F = 13$ **d)** $G \cdot H - G - H = 10.$

4.C.3 **a)** $A \cdot (B - 1) - B = 13$ **b)** $C \cdot (D + 1) + D = 13$
c) $E \cdot (F - 1) + F = 13$ **d)** $G \cdot (H - 1) - H = 10.$

4.C.4 **a)** $21 \leq A \cdot B - B \leq 25$ **b)** $91 \leq C \cdot C + 3 \cdot D < 100$
c) $28 \leq EF - E \cdot F \leq 31$ **d)** $GH < 2 \cdot G \cdot H$

4.C.5 Vyřeš algebrogram UV : n = U + V. Číslo n je: **a)** 2; **b)** 3; **c)** 4; **d)** 5; **e)** 6; **f)** 7; **g)** 8; **h)** 9.

4.C.6 Vyřeš algebrogram UV : n = U(V) na dělení se zbytkem. Číslo n je: **a)** 2; **b)** 3; **c)** 4; **d)** 5; **e)** 6; **f)** 7 **g)** 8; **h)** 9.

4.C.7 Vyřeš algebrogram UV : n =V(U) na dělení se zbytkem. Číslo n je: **a)** 2; **b)** 3; **c)** 4; **d)** 5; **e)** 6; **f)** 7; **g)** 8; **h)** 9.

------------------------------ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ------------------------------

Komentář

Úloha 4.C.1d obsahuje 4 relace porovnání. Z posledních dvou máme E = 4, 5 nebo 6. Z prvních dvou pak najdeme příslušné číslice F. Úlohy cvičení 4.C.2 lze zjednodušit úpravou (kterou žák zatím nesvede): a) $(A - 1) \cdot (B - 1) = 14$; b) $(C + 1) \cdot (D + 1) = 14$; c) $(E + 1) \cdot (F - 1) = 12$; d) $(G - 1) \cdot (H - 1) = 11$.

Úlohy cvičení 4.C.4 jsou náročné, ale lze je dobře zvládnout tabulací. Přiložená tabulka ukazuje, jak v úloze c) z číslic E a F najít číslo EF – E · F. V tabulce schází řádky E = 1, 2, 9 a sloupec F = 9, ale zde žádné řešení nerovnice neleží. V šedých polích jsou vyznačena řešení, ale škrtnuta jsou ta, kde je E = F.

E	F								
	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
3	30	28	26	~~24~~	22	20	18	16	14
4	40	37	34	31	~~28~~	25	22	19	16
5	50	46	42	38	34	~~30~~	26	22	18
6	60	55	50	45	40	35	~~30~~	25	20
7	70	64	58	52	46	40	34	~~28~~	22
8	80	73	66	59	52	45	38	31	~~24~~

Důležitější než vyřešení dané úlohy je tvorba tabulky. Žák zde odhaluje různé zákonitosti, které jsou propedeutikou důležitých aritmetických jevů. Například každý sloupec je část rostoucí aritmetické posloupnosti a každý řádek je část klesající aritmetické posloupnosti; když začnu v čísle 14 a jdu od něj dolů nebo doleva, nacházím stejná čísla; totéž u čísla 19; čísla v škrtané diagonále jdou nejdříve nahoru, pak dolů; to je v každé diagonále s ní rovnoběžné; navíc tato čísla jsou symetrická; …

Cvičení 4.C.3 je opakováním cvičení 4.C.2. Například u úlohy a) je vztah $A \cdot B - A - B = 13$ přepsán pomocí závorky na vztah $A \cdot (B - 1) - B = 13$. Podobně u dalších úloh.

Vztah cvičení 4.C.5 lze přepsat do tvaru $UV = n \cdot (U + V)$, nebo dokonce do tvaru $U \cdot (10 - n) = V \cdot (n - 1)$, který pro $n = 2, 3, 4, 5, …$ je $8 \cdot U = V$, $7 \cdot U = 2 \cdot V$, $6 \cdot U = 3 \cdot V$, tj. $2U = V$, $5 \cdot U = 4 \cdot V$, …

Vztah cvičení 4.C.6. lze přepsat do tvaru $10 \cdot U = U \cdot n$. Protože $U \neq 0$ a $n < 10$, řešení neexistuje.

Vztah cvičení 4.C.7. lze přepsat do tvaru $9 \cdot U = V \cdot (n - 1)$ s podmínkou $U < n$.

Výsledky (Místo zápisu výsledku například C = 0 a D = 1 budeme dále psát CD = 01.)

4.C.1 **a)** A = 9; **b)** B = 0, 1, 2, 3; **c)** CD = 01, 10, 02, 20; **d)** EF = 43, 52, 62.

4.C.2 i **4.C.3**. **a)** AB = 38, 83; **b)** CD = 16, 61; **c)** EF = 17, 25, 34, 53.

4.C.4 **a)** AB = 47, 48, 56, 65, 74, 83, 93; **b)** CD = 89, 94, 95, 96; **c)** EF = 30, 31, 43, 87; **d)** pro H = 7, 8 nebo 9 je G libovolná číslice různá od 0 a od 1; pro H = 6 je G = 4, 5, 7, 8, 9.

4.C.5 **a)** UV = 18; **b)** UV = 27; **c)** UV = 12, 24, 36, 48; **d)** UV = 45; **e)** UV = 54; **f)** UV = 21, 42, 63, 84; **g)** UV = 72; **h)** UV = 81.

4.C.6 Řešení neexistuje.

4.C.7 **a)** UV = 19; **b)** UV = 29; **c)** UV = 13, 26, 39; **d)** UV = 49; **e)** UV = 59; **f)** UV = 23, 46, 69; **g)** UV = 79; **h)** UV = 89.

Vyřeš následující algebrogramy, to znamená, nahraď každé z písmen A, B, C, … některou z číslic 0, …, 9. Vždy hledej všechna řešení.

4.D.1 **a)** (A + 1) · (A – 1) = 3 · B **b)** (C + 1) · (C – 1) = 4 · D **c)** (E + 1) · (E – 1) = 5 · F

4.D.2 **a)** (A + 2) · (A – 2) = 10 · B **b)** (C + 2) · (C – 2) = 11 · D **c)** (E + 2) · (E – 2) = 12 · F

4.D.3 Najdi číslo $n < 16$ tak, aby algebrogram (A + 1) · (A – 1) = n · B měl právě
a) jedno řešení, **b)** dvě řešení.

4.D.4 Najdi číslo $n < 10$ tak, aby algebrogram (A + 2) · (A – 2) = n · B měl právě
a) jedno řešení, **b)** dvě řešení.

4.D.5 **a)** AA · A = BCA **b)** DD · D = EDF **c)** GH · H = IHG **d)** JK · K = JLJ

4.D.6 **a)** AA · AA = ABA **b)** CC · CC = DED **c)** FF · FF = GGHH
d) JJ · JJ = KLMJ **e)** NN · NN = PQRQ **f)** TT · TT = TUVW

4.D.7 Vyřeš algebrogram obsahující dvě rovnosti.
a) AB + BA = 55 **b)** CD – DC = 36
B = A + 3 C = D + 4

4.D.8 Vyřeš algebrogram obsahující dvě rovnosti.
AA · AA = ABCD
EE · EE = DCBA

4.D.9 Karel zná trik, jak pro kterékoli dvojciferné číslo AB, kde A ≠ 0, B ≠ 0, rychle najít výsledek výrazu (AB · B – BA · A) : (B – A). Přijdeš na to, jaký je jeho trik?

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Komentář

Úlohy určené nejschopnějším žákům chtějí především inspirovat. Například úlohy cvičení 4.D.5 a 4.D.6 vedly dva žáky pátého ročníku ke zkoumání čísel XXX · X, které značili $\boxed{X}$. Chlapci zjistili, že $\boxed{1}$ = 111, $\boxed{2}$ = 222 · 2 = 444, $\boxed{3}$ = 999, $\boxed{4}$ = 1776, $\boxed{5}$ = 2775, … a s čísly si hráli. Odhalili vztahy 1 + 2 · $\boxed{2}$ = $\boxed{3}$, 4 · $\boxed{2}$ = $\boxed{4}$ a $\boxed{3}$ + $\boxed{4}$ = $\boxed{5}$. V té době byl kalkulátor vzácností a tato skutečnost jistě přispěla k jejich radosti z objevování číselných vztahů pomocí kalkulátoru.

Výsledky

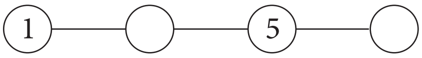
4.D.1 a) AB = 10, 21, 45, 58; **b)** CD = 10, 32, 56; **c)** EF = 10, 43, 67.
4.D.2 a) AB = 20, 86; **b)** CD = 20, 97; **c)** EF = 20, 41, 85.
4.D.3 a) Taková čísla jsou tři: 11, 13 a 14; **b)** taková čísla jsou tři: 9, 10, 15.
4.D.4 a) Takové číslo je jediné: 7; **b)** taková čísla jsou tři: 2, 6, 8, 9.
4.D.5 a) ABC = 527, 639; **b)** DEF = 981; **c)** GHI = 483, 976; **d)** JKL = 197.
4.D.6 a) AB = 12; **b)** CDE = 248; c) FGH = 874; **d)** JKLM = 5302, 6435; **e)** NPQR = 7392; **f)** TUVW = 9801.
4.D.7 a) AB = 14; **b)** CD = 51, 62, 73, 84, 95.
4.D.8 ABCDE = 98013
4.D.9 Výsledek je A + B, neboť AB · B – BA · A = $10 \cdot A \cdot B + B^2 - 10 \cdot B \cdot A - A^2 = B^2 - A^2 = (B - A) \cdot (A + B)$.

✂ ✂

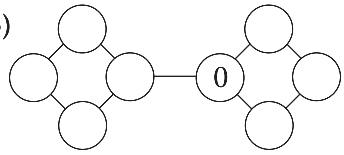
5 ČÍSELNÉ VZTAHY II

5.A.1 Doplň čísla tak, aby součet každých dvou sousedních čísel byl sudý.

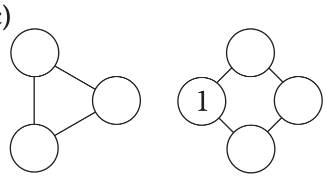
a)



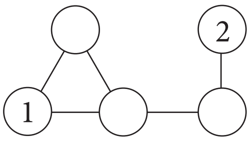
b)



c)

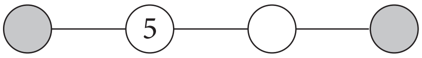


d)

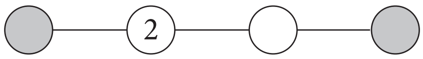


5.A.2 Doplň, aby rozdíl každých dvou sousedních čísel byl sudý a součet šedých polí byl 6.

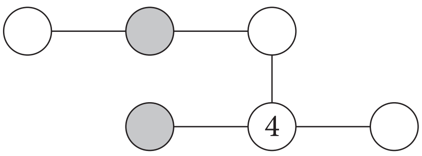
a)



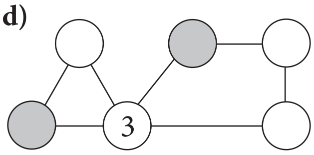
b)



c)



d)



5.A.3 Překresli grafy ze cvičení 5.A.1 a doplň čísla tak, aby součet každých dvou sousedních čísel byl lichý.

5.A.4 Překresli grafy ze cvičení 5.A.2 a doplň čísla tak, aby rozdíl každých dvou sousedních čísel byl lichý a součet vybarvených polí byl 7.

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Komentář

Žák získává zkušenosti s paritou čísel a s úlohami, které mají více řešení, i s úlohami, které řešení nemají. Navíc se žák seznamuje s prostředím grafů. Žák si utvrzuje znalost, že součet (rozdíl) dvou čísel stejné parity je sudý a součet (rozdíl) čísel různé parity je lichý.

Úloha 5.A.1a připouští nekonečně mnoho řešení. Úloha 5.A.1b může vyvolat diskusi, zda nula je číslo sudé; někteří žáci se domnívají, že není ani sudá ani lichá. Úloha 5.A.1c chce vyvolat diskusi o pojmu sousední číslo a graf. Učitel upřesní, že 1) *sousedními* čísly rozumíme dvě čísla spojená úsečkou; 2) ne každý graf je *souvislý*, může se skládat z více částí – *komponent*. Upřesnění pochopí žáci lépe, když předtím o pojmech diskutují. Úloha 5.A.1d je neřešitelná. Žáci poznávají, že sudé číslo nelze získat sčítáním čísel různých parit. Vyspělý žák odhalí obecné tvrzení: Když jsou v souvislém grafu čísla různých parit, je alespoň jeden ze součtů sousedních čísel lichý. Ve cvičení 5.A.2 se místo o součtu sousedních čísel mluví o jejich rozdílu. Žáci si uvědomí, že parita součtu je stejná jako parita rozdílu dvou čísel. Dále zde přibyla podmínka o součtu vybarvených polí. Ve cvičeních 5.A.3 a 5.A.4 žáci získají zkušenost, že při rozkladu lichého čísla na dvě čísla je právě jedno z nich sudé a že do grafů obsahujících trojúhelník nelze čísla vepsat tak, aby součty všech sousedních čísel byly liché. Žákovi, který toto poznání odhalí, může učitel dát řešit graf, ve kterém bude pětiúhelníkový cyklus.

Výsledky (Místo lichá čísla/liché číslo budeme psát L, místo sudá čísla/sudé číslo S.)

5.A.1 a) jakákoli L; **b)** jakákoli S; **c)** do pravé části grafu pouze L, do levé části tři čísla stejné parity; **d)** nemá řešení. **5.A.2 a)** a **d)** v šedých polích některá z čísel 1, 3, 5 tak, že jejich součet je 6, ve zbývajících polích jakákoli L; **b)** a **c)** v šedých polích některá z čísel 0, 2, 4, 6 tak, že jejich součet je 6, ve zbývajícím poli jakékoli S.

5.A.3 a) jakákoli S; **b)** vždy se střídá parita sousedních čísel; **c)** do pravé části grafu čísla tak, že se vždy střídá parita sousedních čísel, levá část (a tedy i celá úloha) nemá řešení; **d)** úloha nemá řešení.

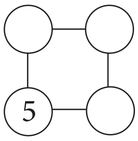
5.A.4 Do šedých polí S (0, 2, 4, 6) a L (1, 3, 5, 7) tak, že jejich součet je 7, a **a)** do zbylého pole jakékoli S; **b)** do zbylého pole jakékoli L; **c)** do tří zbylých polí jakákoli L; **d)** nemá řešení.

✂ ✂

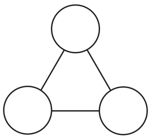
Ve všech úlohách se čísla mohou opakovat.

5.B.1 Doplň čísla tak, aby součet každých dvou sousedních čísel byl sudý a součet všech čísel byl 8.

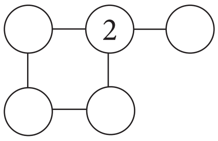
a)



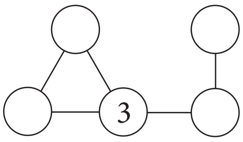
b)



c)



d)

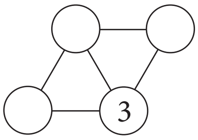


5.B.2 Překresli grafy z úlohy 5.B.1 a doplň do nich čísla tak, aby součet každých dvou sousedních čísel byl sudý a součet všech čísel byl 12 nebo 13.

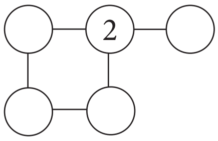
5.B.3 Překresli grafy z úlohy 5.B.1 a doplň do nich čísla tak, aby součet každých dvou sousedních čísel byl lichý a součet všech čísel byl 12 nebo 13.

5.B.4 Neposedná čísla utekla z grafů. Doplň je zpět na svá místa, když víš, že součet každých dvou sousedních čísel byl sudý a nebyl větší než 10.

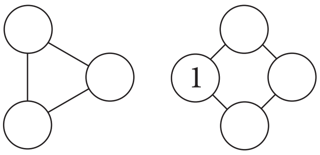
a) 1, 5, 7



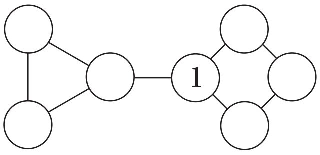
b) 0, 0, 6, 10



c) 1, 2, 2, 6, 7, 9



d) 1, 1, 3, 5, 7, 9



✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

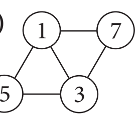
Komentář

V 5.B.1 se podmínka o součtu dvou vybarvených polí z úloh A rozšířila na součet všech čísel. Žák zde rozkládá číslo 8, nebo číslo 8 zmenšeno o dané číslo na součet několika čísel. V 5.B.2 přibyla podmínka „nebo" ve smyslu alternativním, tedy součet všech čísel může být jak sudý, tak lichý. Žáci získají zkušenost, jak se mění řešitelnost úloh v souvislosti s rozšířením jedné z podmínek. V 5.B.3 je změněn součet sousedních čísel na lichý. Hlavní zkušenost plynoucí z této změny je, že trojúhelníkový graf tuto vlastnost nemůže splňovat. Vyspělý žák toto pravidlo formuluje pro všechny grafy obsahující trojúhelníky, či dokonce ještě obecněji, pro liché cykly (jazykem odpovídajícím věku žáka). V 5.B.4 se setkáváme s novým typem – čísla jsou dána a mají se doplnit tak, aby platily jisté podmínky. Podmínky se poprvé obě týkají sousedních čísel, jejich sudosti, a nově jejich součtu zadaného pomocí negace a nerovnosti. Zde se u žáků krystalizuje pojem „není větší než", což je přípravou pro nerovnice, množiny, výrokovou logiku i čtenářskou gramotnost.

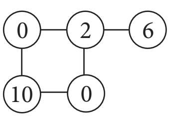
Výsledky (Ve všech úlohách se čísla mohou opakovat.)

Do polí doplníme: **5.B.1 a)** 1, 1, 1; **b)** tři z čísel 0, 2, 4, 6, 8 tak, že jejich součet je 8; **c)** čtyři z čísel 0, 2, 4, 6 tak, že jejich součet je 6 (neboli všech pěti je 8); **d)** nemá řešení. **5.B.2 a)** Trojici 5, 1, 1, nebo 3, 3, 1, součet je 12; **b)** trojici S (0, 2, 4, 6, 8, 10, 12) tak, že jejich součet je 12, nebo trojici L (1, 3, 5, 7, 9, 11) tak, že jejich součet je 13; **c)** čtveřici S (0, 2, 4, 6, 8, 10) tak, že jejich součet je 10; **d)** čtveřici L (1, 3, 5, 7) tak, že jejich součet je 10. **5.B.3 a)** Dvě S (0, 2, 4, 6) a jedno L (1, 3, 5, 7) tak, že součet je 12; **b)** nemá řešení; **c)** tři L (1, 3, 5, 7, 9) a jedno S (0, 2, 4, 6, 8), součet je 13; **d)** nemá řešení.
5.B.4 Některá čísla lze mezi sebou přeházet.

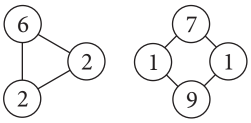
a)



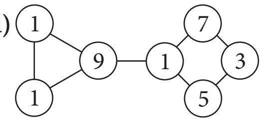
b)



c)



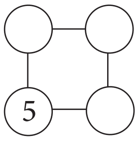
d)



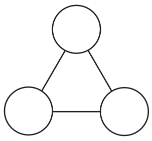
✂ ✂

5.C.1 Doplň čísla tak, aby součet každých dvou sousedních čísel byl sudý, součet všech čísel byl 12 a zároveň vedle sebe nebyla dvě stejná čísla.

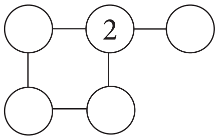
a)



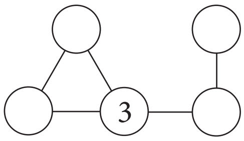
b)



c)

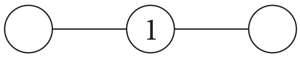


d)

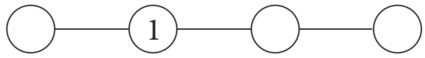


5.C.2. Doplň čísla tak, aby rozdíl každých dvou sousedních čísel byl větší než 3.

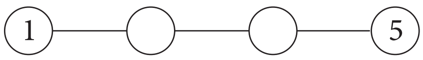
a)



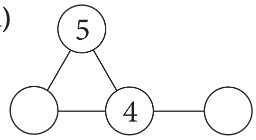
b)



c)



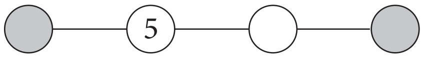
d)



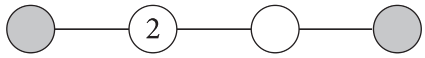
5.C.3 Překresli grafy z úlohy 5.C.2 a doplň do nich čísla tak, aby rozdíl každých dvou sousedních čísel byl 1 nebo 2.

5.C.4 Do grafů doplň čísla tak, aby součet každých dvou sousedních čísel byl lichý a součet čísel ve vybarvených polích byl 6.

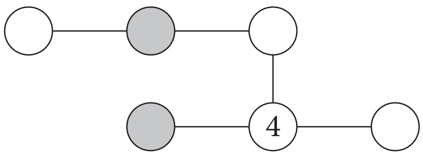
a)



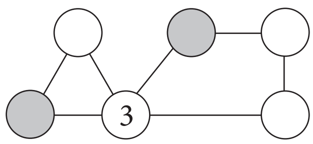
b)



c)



d)



↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓

Komentář

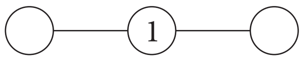
V 5.C.1 doplňujeme čísla podle tří podmínek. Žáci zde procvičují kombinatoriku – hledají vhodná čísla a vhodnou kombinaci jejich umístění. Kombinatorika je přítomná ve všech cvičeních. Žáci totiž všude hledají správné umístění čísel, množství kombinací (řešení), nalézají více řešení a u spolužáků mohou vidět další jiná řešení. Někteří mají potřebu objevit způsob, jak popsat množinu všech řešení. V 5.C.2 se opět objevuje pojem „rozdíl sousedních čísel". Podmínka „větší než 3" umožňuje poměrně jednoduše nalézt množství řešení, ale zároveň vybízí vyspělé žáky k hledání všech řešení a k formulaci intervalu. V 5.C.3 je počet řešení snížen omezením podmínky rozdílů na 1 nebo 2. Opět se zde procvičuje formální význam slova „nebo". Žáků se můžeme ptát, ve kterém cvičení nalezneme více řešení a čím to je. Série úloh v 5.C.4 nemá řešení. Žáci zde využijí umístění sudých a lichých čísel spolu s faktem, že součet dvou čísel různých parit nemůže být číslo sudé, tedy ani 6. Na toto téma lze otevřít diskusi například otázkou: „Jaké číslo by mohlo být součtem šedých polí, aby úlohy měly řešení?"

Výsledky

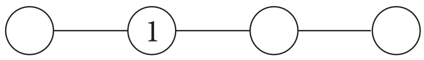
5.C.1 a)1, 5, 1 nebo 3, 1, 3; **b)** 8, 0, 4 nebo 6, 4, 2; **c)** vhodná kombinace a umístění čísel 0, 2, 4, 6, 8, 10; **d)** nemá řešení. **5.C.2 a)** Čísla větší než 4; **b)** do prvního a třetího pole čísla větší než 4, do posledního pole čísla větší než 0; **c)** do druhého pole čísla větší než 4, do třetího pole číslo 1 a čísla větší než 8; **d)** nemá řešení. **5.C.3 a)** 0, 2, 3; **b)** do prvního a třetího pole čísla 0, 2, 3, do posledního čísla 0 až 5; **c)** do druhého pole 2, 3, do třetího 3, 4; **d)** do pole v trojúhelníku 3 nebo 6, do posledního pole jedno z čísel 2, 3, 5, 6. **5.C.4 a)** – **d)** Nemá řešení.

5.D.1 Doplň čísla tak, aby rozdíl každých dvou sousedních čísel byl 1 nebo 2 a součet všech čísel byl větší než 11.

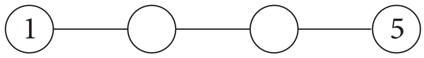
a)



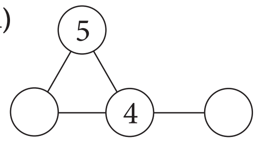
b)



c)



d)



5.D.2 Překresli grafy ze cvičení 5.D.1 a doplň do nich čísla tak, aby rozdíl každých dvou sousedních čísel byl 1 nebo 2 a součet všech čísel byl co největší.

5.D.3 Překresli grafy ze cvičení 5.D.1 a doplň do nich čísla tak, aby rozdíl každých dvou sousedních čísel byl 1 nebo 2 a součet všech čísel byl co nejmenší.

5.D.4 Překresli grafy ze cvičení 5.D.1 a doplň do nich čísla tak, aby rozdíl každých dvou sousedních čísel byl 1 nebo 2 a aby se žádné z čísel neopakovalo.

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Komentář

Ve všech cvičeních skupiny D pracujeme se stejnou skupinou grafů. Postupně se mění části zadání a žáci mají možnost zažít, jak změna zadání změní i obor řešení. Úlohy vedou žáky k vytvoření efektivního systému záznamu zjištěných řešení, který lze pak využít u dalších úloh. V 5.D.1 se k podmínce o rozdílu dvou čísel, s kterou se prvně setkáme v 5.A.4, přidala podmínka o součtu všech čísel, který má být „větší než 11“. Žáci si zde jednak fixují význam slovního spojení „větší než“, jednak rozpoznávají zákonitosti mezi čísly podle jejich pozice v grafu. V 5.D.2 se jedná o nalezení nekonkrétně, a přece jednoznačně určeného součtu. Úloha je obtížná právě svou abstraktností, která je dána popisem vlastnosti součtu a ne konkrétním číslem či intervalem. I když žák nalezne řešení, nemusí si být jist, že opravdu nalezl to pravé, a tedy součástí řešení se stává i důkaz. V 5.D.3 jsme podmínku o součtu všech čísel změnili z největšího na nejmenší možný součet. Úlohy 5.D.4 jsou obtížné tím, že se jedna podmínka týká dvojice sousedních čísel a zároveň musí platit druhá podmínka, která se týká vztahu mezi čísly. Řešení lze hledat strategií pokus-omyl, ale také vybudováním efektivního systému zápisu všech možností, například tabulky. K tomu by měla přispět už předchozí cvičení. S vyspělými žáky se lze začít bavit o kombinatorice a pravděpodobnosti a sérii úloh doplnit otázkami typu:

„Kolik je všech možností doplnění grafu v úloze a), pokud má být rozdíl sousedních čísel 1 nebo 2? Řešení vypište.“

„Když k podmínce o rozdílu sousedních čísel přidáme podmínku, že čísla se nesmí opakovat, bude možností doplnění grafu více či méně? (Žáci si mohou tipnout i konkrétní číslo.)“

„Kolik je takových možností? Vypište je.“

„Jaká je pravděpodobnost, že se v grafu úlohy a) při platnosti podmínky o rozdílu sousedních čísel nevyskytnou dvě stejná čísla?“

„Jaká je pravděpodobnost, že se v grafu vyskytne/nevyskytne 0.“ Apod.

Výsledky

5.D.1 a) Nemá řešení; **b)** 3, 1, 3, 5; **c)** 1, 2, 4, 5 nebo 1, 3, 4, 5; **d)** do pole v trojúhelníku čísla 3, 6, do posledního pole 2, 3, 5, 6.

5.D.2 a) 3, 1, 3; **b)** 3, 1, 3, 5; **c)** 1, 3, 4, 5; **d)** 6, 5, 4, 6.

5.D.3 a) 0, 1, 0; **b)** 0, 1, 0, 1; **c)** 1, 2, 3, 5; **d)** 3, 5, 4, 2.

5.D.4 a) 0, 1, 2; 0, 1, 3; 2, 1, 0; 2, 1, 3; 3, 1, 0; 3, 1, 2; **b)** 0, 1, 2, 3; 0, 1, 2, 4; 0, 1, 3, 2; 0, 1, 3, 4; 0, 1, 3, 5; 2, 1, 3, 4; 2, 1, 3, 5; 3, 1, 0, 2; 3, 1, 2, 0; 3, 1, 2, 4; **c)** 1, 2, 3, 5; 1, 2, 4, 5; 1, 3, 4, 5; **d)** do pole v trojúhelníku 3, pak do posledního pole 2 nebo 6; do pole v trojúhelníku 6, pak do posledního pole 2 nebo 3.

✂ ✂

6 SLOVNÍ ÚLOHY

6.A.1 Na atletickém stadionu se konal školní přebor žáků 1. stupně ZŠ v lehké atletice. Soutěžilo se ve čtyřech disciplínách: skok daleký, skok vysoký, běh na 60 m a běh na 400 m. Petr počítal z tribuny osoby přítomné na ploše stadionu. U doskočiště se připravovalo na skok daleký 17 chlapců a 14 dívek. Ještě tam byli dva rozhodčí. Skoku do výšky se účastnilo celkem 24 žáků, chlapců bylo o dva více než dívek, a tři rozhodčí dohlíželi na průběh soutěže. Pro běh na 60 m byli žáci rozděleni celkem do 7 rozběhů po 5 závodnících: 4 rozběhy byli chlapci a zbytek byly dívky. Na startu byl jeden startér a v cíli jeden časoměřič, 26 závodníků se připravovalo na běh na 400 m.

a) Kolik osob celkem na stadionu Petr spočítal? Kolik z toho bylo soutěžících?

b) Kterých soutěžících bylo více, ve skoku (vysokém i dalekém) nebo v běhu (na 60 m i na 400 m)? O kolik?

c) Petr zjistil, že na stadionu je stejný počet soutěžících dívek jako chlapců. Kolik chlapců běželo 400 m?

6.A.2 Lucka a Jarka pěstovaly rybičky. Povídaly si o tom, jaké má která akvárium. Lucka říká: „V mém akváriu je 38 litrů vody." Jarka: „Tak to máš o 15 litrů vody méně, než mám v akváriu já." Kolik vody bylo v akváriu Jarky?

6.A.3 Prodavač párků měl připraveny tři druhy pečiva. Rohlíků měl 120 ks, krajíců chleba o 30 kusů více a o 40 ks méně než rohlíků měl celozrnných housek. Kolik kusů pečiva měl připraveno?

6.A.4 V obchodě prodávají vejce ve třech různých baleních. Balení po 10 kusech stojí 41 Kč, balení po 6 kusech stojí 22,80 Kč a balení po 4 kusech stojí 18 Kč. Kuchařka koupila 1 balení po 10 kusech, 3 balení po 6 a 4 balení po 4 kusech. Kolik vajec celkem koupila a jaká byla jejich cena?

6.A.5 Když se Kristýna narodila, bylo její mamince 29 let. Dnes je Kristýně 9 let. Kolik let je její mamince?

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Komentář

Slovní úlohy na této stránce patří do nejlehčí skupiny, kromě 6.A.1c. Ta je zde ponechána kvůli kontextu a patří spíše do skupiny D obtížnějších úloh. Úloha 6.A.1 vyžaduje číst poměrně dlouhý text a z něj vybrat správná data. Vzhledem k dané úloze obsahuje text nadbytečné informace. V úloze 6.A.1c je třeba řešit dílčí úlohu: Celkem bylo 24 žáků, chlapců o 2 více než děvčat. Bude-li mít žák s touto dílčí úlohou problémy, doporučujeme pro daného žáka úlohu modifikovat tak, aby ji bylo možné řešit i manipulativně. Například: 24 fazolek jsem rozdělil do dvou misek. Do jedné jsem dal o dvě více než do druhé. Kolik fazolek bylo v každé misce? Trochu obtížnější alternativou této úlohy je úloha: Do dvou misek jsem rozdělil 24 fazolek. Kdybych přendal jednu fazolku z levé misky do pravé, bylo by jich stejně. Pokud bude žák modelovat a ještě mu bude úloha dělat problémy, zmenšíme čísla. Obdobná je poslední dílčí úloha. Celkem je 26 žáků. Dívek je o 10 více. Kolik je chlapců a kolik dívek?

Úloha 6.A.2 není zcela triviální, neboť obsahuje *antisignál*. Slovo méně napovídá odčítání, ale řešení vyžaduje sčítání.

V textu úlohy 6.A.4 je záměrně použit obrat „kolik korun vejce stála" a ne „kolik za ně zaplatila" z důvodu zaokrouhlování cen na celé koruny.

Úlohy 6.A.2–5 jsou dále obtížnostně gradovány.

Výsledky a řešení

6.A.1 a) Celkem 123 osob, z toho 116 soutěžících; **b)** 55 skokanů, 61 běžců, běžců o 6 více; **c)** počet chlapců a dívek, kteří skáčou do dálky, je dán. Skok vysoký: chlapců 13, dívek 11. Běh na 60 m: chlapců 20, dívek 15. Celkem ve třech disciplínách – chlapců : 17 + 13 + 20 = 50, dívek: 14 + 11 + 15 = 40. Je třeba rozdělit 26 závodníků v běhu na 400 m na chlapce a dívky tak, aby se srovnal jejich celkový počet. Dívek je 18 a chlapců je 8.

6.A.2 53 l

6.A.3 350 ks pečiva

6.A.4 Koupila celkem 44 kusů vajec, jejich cena je 41 + 3 · 22,80 + 4 · 18 = 181,40 Kč.

6.A.5 38 let

✂ ✂

6.B.1 Lucka a Jarka pěstovaly rybičky.

a) Lucka říká: „V mém akváriu mám 75 litrů vody. Na každých 5 litrů vody mám dvě rybičky." Jarka: „Tak to já mám také na každých 5 litrů vody dvě rybičky, ale mám o 6 rybiček více než ty." Kolik vody bylo v akváriu Jarky?

b) Lucka říká: „V akváriu mám 24 rybičky. Dávám dvě rybičky na každých 5 litrů vody." Jarka: „Tak to já mám také na každých 5 litrů vody dvě rybičky, ale ty máš o 10 litrů vody v akváriu více." Kolik rybiček má Jarka?

6.B.2 Prodavač párků měl připraveny tři druhy pečiva.

a) Rohlíků měl 120 ks, což bylo o 30 kusů více než krajíců chleba a o 40 ks méně než celozrnných housek. Kolik kusů pečiva měl připraveno?

b) Krajíců chleba měl o 30 kusů více než celozrnných housek. Rohlíků měl 120 ks, což bylo o 40 ks více než celozrnných housek. Kolik kusů pečiva měl připraveno?

6.B.3 Prodavač párků měl připraveno 310 ks pečiva. Měl dva druhy. Rohlíků měl o 30 ks méně než krajíců chleba. Kolik kusů od každého druhu pečiva měl připraveno?

6.B.4 V obchodě prodávají vejce ve třech různých baleních. Balení po 10 kusech stojí 41 Kč, balení po 6 kusech stojí 22,80 Kč a balení po 4 kusech stojí 18 Kč. Kuchařka koupila 44 vajec. Jaká mohla být nejmenší cena vajec a jaká největší?

6.B.5 Maminka Kristýny je o 31 let starší než Kristýna. Je jí 39 let. Jak je stará Kristýna?

6.B.6 V turistickém oddíle kluci soutěžili, kdo přes prázdniny našlapal více kilometrů.

Andrej: „Já jsem šel 6krát k babičce a zpátky a od nás k babičce to je 9 km."

Bořek: „Našlapal jsem o čtvrtinu kilometrů více než Andrej."
Kolik kilometrů našlapal Andrej a kolik Bořek?

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Komentář

Zde v tomto bloku jsou úlohy o něco náročnější než v bloku A. Některé vyžadují více početních operací, někde je obtížnost vystupňována přítomností *antisignálu* (např. 6.B.1b, 6.B.2, 6.B.5). Úloha 6.B.3 je obdobná úlohám z minulé série, ve kterých je znám součet dvou druhů prvků a o jednom se ví, o kolik ho je více než druhého. S větším počtem prvků je úloha obtížnější. Žáci si úlohu těžko mohou vymodelovat a řeší je jen v představách nebo pomocí nákresu.
V úlohách 6.A.4 a 6.B.4 se vyskytuje desetinné číslo. Učitel může tyto úlohy žákům dát, i když desetinná čísla ještě neprobírali. Desetinné číslo je zde v kontextu peněz, který je žákům známý. Učitel sleduje, jak žáci uchopují nový problém a v žádném případě jim nenapovídá. Obtížnost úlohy 6.B.2b stoupla proti úloze 6.A.3 tím, že při řešení je třeba brát informace z textu odzadu a nikoliv jednu po druhé odpředu, jak v textu přicházejí. Tedy pořadí informací v textu úlohy potřebných k výpočtu určuje také obtížnost úlohy.
Úlohou 6.B.6 se otevírá další série postupně gradovaných úloh, ve kterých se vyskytují zlomky, ale zatím jen ve verbální podobě. Opět může učitel nechat úlohu řešit žáky i před tím, než se zlomky oficiálně probírají. Kmenové zlomky vyjádřené slovně žáci znají ze zkušenosti.

Výsledky a řešení

6.B.1 a) Lucka měla v akváriu 30 rybiček. (75 : 5 = 15, 15 · 2 = 30). Jarka měla 36 rybiček a 90 l vody; **b)** Lucka měla 60 l v akváriu (24 : 2 = 12, 12 · 5 = 60). Jarka měla 20 rybiček (60 – 10 = 50, 50 : 5 = 10, 10 · 2 = 20, nebo Jarka má o 10 l vody méně, což odpovídá 4 rybičkám).
6.B.2 a) 370 ks; **b)** celozrnných housek 80 ks, chleba 110 krajíců.
6.B.3 Kdyby prodavač koupil ještě 30 ks rohlíků, měl by jich stejný počet jako krajíců chleba a celkem 340 ks. Tedy krajíců chleba měl 170 a kusů rohlíků měl 140.
6.B.4 Nejmenší cena za 44 vajec je 172,80 Kč, tj. 6× po 6 ks a 2× po 4 ks. Největší možná cena je 198 Kč, tj. 11× po 4 ks.
6.B.5 8 let.
6.B.6 Andrej 108 km, Bořek 135 km.

✂ ✂

6.C.1 Lucka a Jarka pěstovaly rybičky. Povídaly si o své zálibě.

a) Lucka: „Do mého akvária se vejde 96 litrů vody. To by ale bylo úplně plné. Ve čtvrtině akvária voda není.“ Jarka: „Tak to tam máš o 8 litrů vody více než já.“ Kolik vody bylo v akváriu Jarky?

b) Lucka: „V akváriu mám 24 rybiček. Vychází mi dvě rybičky na každých 5 litrů vody.“ Jarka: „Tak to já mám také na každých 5 litrů vody dvě rybičky, ale ty máš o 12 a půl litru více vody v akváriu.“ Kolik vody a kolik rybiček má Jarka?

c) Lucka: „V akváriu mám dvě rybičky na každých 5 litrů vody.“ Jarka: „Tak to já mám dvě rybičky na každých 7 litrů vody.“ Kolik rybiček měla každá ve svém akváriu, když víš, že měly stejné množství vody a více než 80 litrů vody se jim do akvária nevešlo?

6.C.2 Prodavač párků měl připraveno 320 ks pečiva. Měl tři druhy. Rohlíků měl o 20 více než celozrnných housek a o 40 méně než krajíců chleba. Kolik kusů od každého druhu pečiva měl připraveno?

6.C.3 V obchodě prodávají vejce ve třech různých baleních. Balení po 10 kusech stojí 41 Kč, balení po 6 kusech stojí 22,80 Kč a balení po 4 kusech stojí 18 Kč. Kuchařka koupila celkem 44 vajec, z toho byla 2 balení po 10 kusech. Škrtni částku, kterou vejce nemohla stát.

(a) 173,20 Kč **(b)** 181,60 Kč **(c)** 188,40 Kč **(d)** 190 Kč

6.C.4 Až bude pětiletá Kristýna tak stará, jako je teď její maminka, bude mamince 53 let. Jak stará je nyní maminka Kristýny?

6.C.5 V turistickém oddíle kluci soutěžili, kdo přes prázdniny našlapal více kilometrů.

Andrej: „Já jsem šel 6krát k babičce a zpátky a od nás k babičce to je 9 km.“

Cyril: „Andrej našlapal o pětinu mých kilometrů více.“ Kolik kilometrů našlapal Cyril?

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Komentář

Úloha 6.C.1 je složená. Vyžaduje nejdříve zjistit čtvrtinu z 96 l. Zlomek je záměrně vyjádřen slovy, a nikoli číslicemi. Představu o jedné čtvrtině žáci mají i bez tradičního probírání zlomků. Dále je přítomen *antisignál* – slovo více napovídá sčítání, ale řeší se odčítáním. Čísla 72 a 8 mohou také svádět ke sčítání, které přinese „hezký“ výsledek. Úloha 6.C.1c má čtyři řešení, což je pro učitele příležitost pro diferencovaný přístup k žákům. Od těch nejrychlejších můžeme požadovat, aby našli všechna řešení a dokázali, že už žádné další není.

Pokud ani jeden žák nebude vědět, jak úlohu 6.C.4 řešit, dáme žákům úlohu s menšími čísly. Například Alence jsou tři roky. Až bude tak stará, jako je její bratr Pavel, bude Pavlovi jedenáct let. Kolik je Pavlovi? Pak tuto úlohu řešíme dramatizací a pokusem-omylem. Na podlahu načrtneme číselnou osu s čísly 0-12. Jeden figurant – Alenka si stoupne na číslo 3. Druhý figurant – Pavel na odhadnuté číslo, například 6. Pak další žák v roli boha Chronose odbíjí čas: „Jeden rok uplynul, teď,“ a Alenka i Pavel postoupí o jeden krok vpřed. Alenka bude na č. 4 a Pavel na č. 7. Pokračujeme až bude Alenka na č. 6, Pavel bude na č. 9 a prohlásíme, že pokus se nezdařil. Celou scénku opakujeme s jinou volbou Pavlova věku, dokud se nestane, že Alenka skončí na čísle, ze kterého Pavel vyšel, a Pavel skončí na č. 11. Všechny pokusy je důležité evidovat tabulkou. Později žákům bude stačit jen tabulka.

Úloha o Cyrilovi je obtížnější než o Bedřichovi v tom, že se mluví o pětině z neznámé délky, Cyrilových kilometrů. Tedy jedna pětina Cyrilových kilometrů je jako jedna šestina Andrejových kilometrů (108 : 6 = 18). Navíc je v úloze přítomen *antisignál*, slovo více napovídá operaci sčítání, ale úloha se řeší odčítáním.

Výsledky a řešení

6.C.1 L = Lucka, J = Jarka. **a)** L 72 l, J 64 l; **b)** L 60 l, J 47,5 l vody a 19 rybiček; **c)** jsou 4 možnosti: 1. 17,5 l vody, L 7 rybiček, J 5 rybiček; 2. 35 l vody, L 14 rybiček, J 10 rybiček; 3. 52,5 l vody, L 21 rybiček, J 15 rybiček; 4. 70 l vody, L 28 rybiček, J 20 rybiček.

6.C.2 Měl připraveno: rohlíků 100 ks, celozrnných housek 80 ks, krajíců chleba 140.

6.C.3 (c) Nelze, protože by se musela koupit 3 balení po 6 ks, tj. 18 vajec celkem za 68,40 Kč; zbývá 26 vajec a 120 Kč, což by bylo možné jen 4× po 4 ks a 1× po 10 ks, což by ale stálo 113 Kč; ostatní částky vejce mohla stát: (a) 2× po 10 a 4× po 6; (b) 2× po 10, 2× po 6 a 3× po 4; (d) 2× po 10 ks a 6× po 4 ks.

6.C.4 Mamince je 29 let.

6.C.5 Cyril našlapal 90 km.

✂ ✂

6.D.1 Lucka pěstovala rybičky. Říká: „V akváriu mám na každých 7 litrů vody dvě rybičky." Pak si dokoupila 6 rybiček a dolila vodu na 40 litrů. Zjistila, že má teď dvě rybičky na každých 5 litrů vody. Kolik litrů vody Lucka dolila do akvária?

6.D.2 Prodavač párků měl připraveno

a) 320 ks pečiva. Měl tři druhy. Rohlíků měl o 20 více než celozrnných housek a o 40 méně než krajíců chleba. Kolik kusů od každého druhu pečiva měl připraveno?

b) 240 ks pečiva, tři druhy. Kdyby místo 10 krajíců chleba koupil 10 ks celozrnných housek, měl by od každého druhu pečiva stejný počet kusů. Kolik kusů od každého druhu pečiva měl připraveno?

c) 150 ks pečiva. Kdyby místo 10 krajíců chleba a 20 rohlíků koupil stejný počet celozrnných housek, měl by od každého druhu pečiva stejný počet kusů. Kolik kusů od každého druhu pečiva měl připraveno?

d) 160 ks pečiva, dva druhy. Kdyby místo třetiny rohlíků koupil stejný počet celozrnných housek, měl by od obou druhů pečiva stejný počet kusů. Kolik kusů od každého druhu pečiva měl připraveno?

6.D.3 Kuchařka zaplatila za 44 vajec 182 Kč. Jaký obnos mohla vejce stát, když víme, že částka se zaokrouhluje podle pravidel zaokrouhlování? Zaškrtni správná řešení.

(a) 181,60 Kč **(b)** 181,70 Kč **(c)** 181,80 Kč **(d)** 182,00 Kč

6.D.4 Mamince Kristýny je 33 let. Až bude Kristýna tak stará, jako je teď její maminka, bude mamince přesně 10krát tolik, kolik je nyní Kristýně. Kolik je nyní Kristýně?

6.D.5 V turistickém oddíle kluci soutěžili, kdo přes prázdniny našlapal více kilometrů.

Andrej: „Já jsem šel 6krát k babičce a zpátky a jedna cesta je 9 km."

a) David: „Kdybych našlapal o polovinu svých kilometrů více, tak mám o 12 km více než Andrej." Kolik kilometrů našlapal David?

b) Emil: „Kdybych našlapal ještě 12 km, tak bych měl o devítinu kilometrů více než Andrej." Kolik kilometrů našlapal Emil?

↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓

Komentář

Úloha 6.D.2a se snadno zjednoduší vydělením všech čísel dvaceti. Pak lze řešit modelováním. Úlohu lze řešit také úvahou: Kdyby prodavač dokoupil 20 ks housek a dal pryč 40 ks chleba, měl by celkem 300 ks pečiva od každého druhu stejně, tedy rohlíků měl 100 ks. Další se již snadno dopočítá.

Úloha 6.D.2 je gradována tak, že d) je nejtěžší. Opět je vhodné případně pomoci žákům tak, že použijeme menší čísla a řešíme modelováním, pokusem-omylem a evidencí. Například Petr a Pavel měli dohromady 16 autíček. Pavel říká: „Když mi dáš třetinu svých autíček, budeme jich mít stejně." Kolik autíček měl každý?

Úlohu 6.D.4 lze dobře řešit i pouze odhadem. Věk maminky potom je desetinásobek. Přiměřený věk Kristýny je 4–10 let. Jasno do vztahů vnese tabulka a uvědomění si, že všichni stárnou stejně rychle. Například:

	nyní	potom
Kristýna	?	33
maminka	33	10×?

Úloha o Davidovi vyžaduje několik výpočtů a obsahuje podmínku: „Kdybych našlapal …" Podmínky činí úlohu obtížnější, což platí i o úloze 6.D.2 b), c), d). Kdyby David našlapal o 12 km více než Andrej, našlapal by 120 km. Pak je úloha již obdobná úloze o Cyrilovi. V úloze o Emilovi je obtížná úvaha, že devítina Andrejových kilometrů (108 : 9 = 12) je právě těch 12 km, které udává podmínka. Tedy Andrej a Emil museli našlapat stejně.

Výsledky a řešení

6.D.1 Lucka dolila 5 l vody.

6.D.2 a) Rohlíků měl 100 ks, celozrnných housek 80 ks a krajíců chleba 140; **b)** rohlíků 80, housek 70, krajíců chleba 90; **c)** rohlíků 70, krajíců chleba 60, housek 20; **d)** rohlíků 120, housek 40.

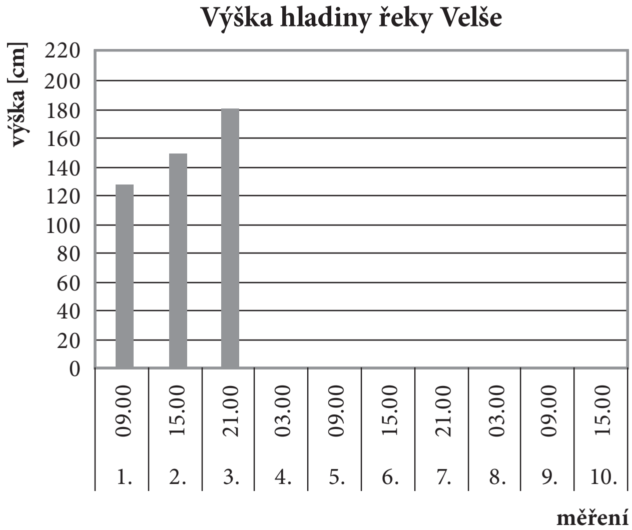
6.D.3 Správná řešení (a), (c) a (d); výsledek (b) není možný na první pohled, protože částku, která končí na 70 haléřů, nelze z uvedených cen vajec dostat. (a) 2×po 10 ks, 2× po 6 ks a 3× po 4 ks; (c) 3× po 10 ks, 1× po 6 ks a 2× po 4 ks; (d) 4× po 10 ks a 1× po 4 ks.

6.D.4 Kristýně je 6 let.

6.D.5 a) David našlapal 80 km. **b)** Emil našlapal 108 km.

6.E.1 Když výška hladiny říčky Velše, která protéká naší vesnicí, dosáhne 100 cm, je vyhlášen I. stupeň povodňové pohotovosti. Když dosáhne 160 cm, je vyhlášen II. stupeň, při 190 cm III. stupeň a při 210 cm je vyhlášen nejvyšší, IV. stupeň pohotovosti. Letos v říjnu hrozily opět záplavy. Povodňová hlídka stále sledovala stav hladiny Velše a každých 6 hodin od soboty 9.00 do pondělí 15.00 hodin, kdy již voda opadla, výšku hladiny měřila a některé údaje zapsala do tabulky. K těm, které nezapsala do tabulky, měla následujících pět informací.

pořadové č. měření	den	hodina	výška hladiny [cm]	stupeň povodňové pohotovosti
1.	sobota	09.00	128	
2.		15.00	149	
3.		21.00	181	
4.	neděle	03.00		
5.		09.00		
6.		15.00	205	
7.		21.00		
8.	pondělí	03.00		
9.		09.00	140	
10.		15.00		



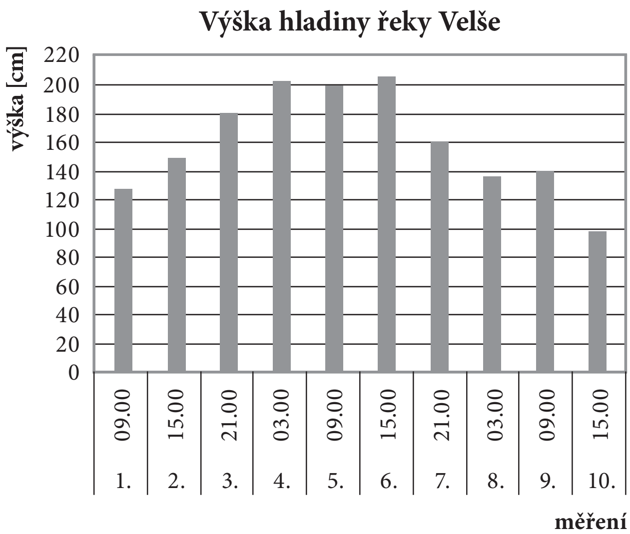
a) Doplň do tabulky chybějící údaje, když víš, že
1. při 4. měření byla hladiny řeky o 22 cm vyšší než při 3. měření
2. mezi 9. a 10. měřením klesla hladina řeky o 42 cm
3. při 4. měření byla hladiny řeky o 3 cm vyšší než při 5. měření
4. při 9. měření byla hladiny řeky rovněž o 3 cm vyšší než při 8. měření
5. pokles vody mezi 6. a 7. měřením byl o 20 cm větší než mezi 7. a 8. měřením

b) Doplň do tabulky stupeň povodňové aktivity.
c) Dokonči sloupcový graf.

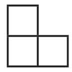
↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓

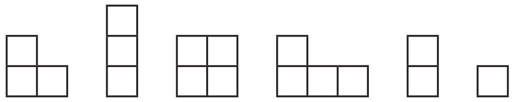
Výsledky a řešení

pořadové č. měření	den	hodina	výška hladiny [cm]	stupeň povodňové pohotovosti
1.	sobota	09.00	128	I.
2.		15.00	149	I.
3.		21.00	181	II.
4.	neděle	03.00	203	III.
5.		09.00	200	III.
6.		15.00	205	III.
7.		21.00	161	II.
8.	pondělí	03.00	137	I.
9.		09.00	140	I.
10.		15.00	98	--

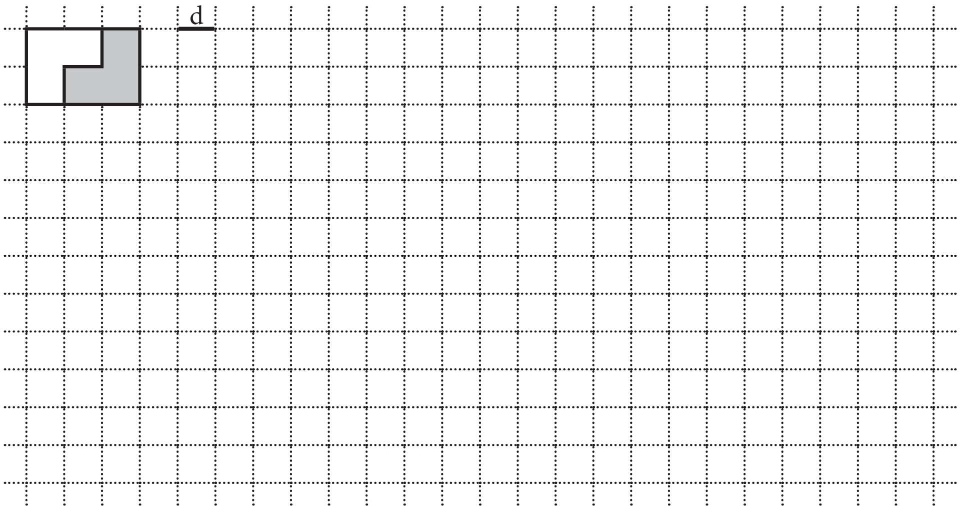


7 OBSAH, OBVOD

Na obrázku je obdélník 3 × 2, který je vytvořen dvěma parketami tohoto tvaru  . Obvod obdélníku je 10 d. Úsečka délky 1 d je vyznačena na obrázku. Pro další práci budeme mít k dispozici tyto tvary parket:



Jeden tvar parket se může v úlohách opakovat a každá parketa se může otočit lícem na rub.



7.A.1 Pokryj obdélník na obrázku jinými dvěma parketami. Najdi všechny možnosti.

7.A.2 V každém řešení úlohy 7.A.1 urči, jakou část celého obdélníku tvoří každá jedna parketa.

7.A.3 Najdi takové řešení, že obsah jedné parkety je dvojnásobkem obsahu druhé parkety.

7.A.4 Najdi jiný obdélník s obvodem 10 d a pokryj ho parketami. Má stejný obsah jako obdélník na obrázku? Najdi všechna řešení.

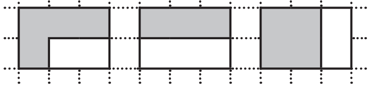
7.A.5 Pro každé řešení úlohy 7.A.4 urči, jakou část obdélníku tvoří každá použitá parketa.

7.A.6 Najdi jiný obdélník, který má stejný obsah jako obdélník na obrázku, urči jeho obvod a pokryj ho také dvěma parketami.

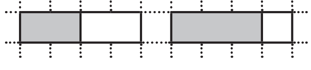
✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Komentář
Úlohy v této skupině jsou zaměřeny na vazbu mezi obvodem a obsahem. Cílem úloh je dát žákům zkušenosti s tím, že dva obdélníky stejného obsahu mohou mít různý obvod, a naopak, že dva obdélníky se stejným obvodem mohou mít různý obsah. Další zkušenost, kterou zde žáci získávají, je ta, že čím více se blíží obdélník čtverci, tím je větší jeho obsah při zachování obvodu.

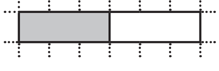
Výsledky
7.A.1 Jsou tyto tři možnosti:



7.A.2 V prvním a třetím případě tvoří bílá parketa jednu třetinu a šedivá dvě třetiny obdélníku, v druhém případě polovinu obdélníku.
7.A.3 V prvním a třetím případě v 7.A.1 je šedá parketa dvojnásobkem bílé parkety.
7.A.4 Existuje jeden další obdélník s obvodem 10 d. Má obsah 4 čtverečky a lze jej pokrýt dvěma parketami dvěma různými způsoby.



7.A.5 Bílá parketa je v prvním případě polovinou a v druhém případě čtvrtinou obdélníku. Šedá v prvním případě také polovinou a v druhém případě třemi čtvrtinami obdélníku.
7.A.6 Další obdélník s obsahem 6 čtverečků je na obrázku. Jeho obvod je 14 d a lze jej pokrýt dvěma parketami jediným způsobem. Každá parketa je polovinou obdélníku.



✂ ✂

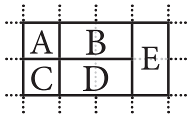
7.B.1 Pokryj obdélník 4 × 3 co nejmenším počtem parket. Pak z týchž parket vytvoř jiný obdélník. Urči obvod obou obdélníků a porovnej je.

7.B.2 Pokryj obdélník 4 × 3 pouze jedním druhem parket. Najdi všechny možnosti. Vyber takové řešení, kdy přeskládáním parket vytvoříš obdélník s co nejdelším obvodem.

7.B.3 Pokryj čtverec 4 × 4 pouze jedním druhem parket. Kterým druhem parket čtverec nelze pokrýt? Pak z těch parket vytvoř obdélník s co největším obvodem. Urči jeho obvod a porovnej ho s obvodem daného čtverce.

7.B.4 Čtverec vytvořený ze čtverečků na čtverečkovaném papíru je rozdělen na dva obdélníky, které jsou také tvořeny celými čtverečky čtverečkovaného papíru. Obsah jednoho je dvakrát tak velký jako obsah druhého. Jaký je obsah čtverce ?

7.B.5 Čtverec je rozdělen na dva obdélníky. Obsah prvního obdélníku je 12 cm^2. Obsah druhého obdélníku je 24 cm^2.
a) Jaký je obsah čtverce?
b) Jaký je obvod čtverce?
c) Jaký je obvod prvního obdélníku?
d) Jaký je obvod druhého obdélníku?

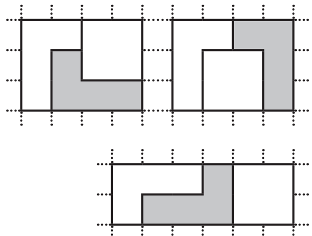


7.B.6 Na obrázku je obdélník rozdělen na čtverce a obdélníky. Ty jsou pojmenovány A, B, C, D a E.
a) Kolik je na obrázku čtverců kolik obdélníků?
b) Urči obvod každého z nich. Za jednotku délky zvol 1 d, jako v úlohách skupiny A.
c) Urči obsah každého z nich. Za jednotku obsahu zvol 1 čtvereček (1 □).

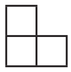
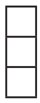
✂ -- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ -- ✂

Komentář
Pokračujeme zde ve vazbě obvod a obsah obdélníku a čtverce. Je důležité zde i v předchozích úlohách, aby žáci měli možnost manipulovat. Tedy nabídneme žákům čtverečkovaný papír s dostatečně velkými čtverečky a odpovídajícími parketami. K úlohám 7.B.4 a 7.B.5 nejsou doprovodné obrázky. Je vhodné, aby si je žáci načrtli.

Výsledky a řešení



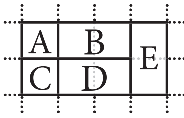
7.B.1 Největší parketa má obsah 4 čtverečky. Tedy obdélník s obsahem 12 čtverečků bude pokryt třemi největšími parketami. Jsou tyto dvě možnosti. Pokrytí, které dostaneme otočením nebo překlopením těchto, nebudeme považovat za různé.
Z daných parket lze vytvořit obdélník 6 × 2. Obvod obdélníku 4 × 3 je 14 d, obvod obdélníku 6 × 2 je 16 d, tedy o 2 d delší.

7.B.2 Obdélník lze pokrýt jednodruhově pouze takto: 4×  nebo , nebo 6× , nebo 12× .

Z každého druhu parket kromě prvního lze vytvořit obdélník 12 × 1.
7.B.3 Čtverec nelze pokrýt pouze parketami s obsahem 3 čtverečky. Čtverec má obvod 16 d a obdélník, jehož obvod je nejdelší možný, je 34 d.
7.B.4 Stranu hledaného čtverce je potřeba rozdělit na 3 stejné díly. Tedy strana čtverce může být 3 d, 6 d, 9 d, …, 3 × n, $n \in$ N. Obsah čtverce je tedy 9, 36, 81, …, 9 × n^2 čtverečků.
7.B.5 a) Obsah čtverce je 36 cm^2. **b)** Délka jeho strany je 6 cm a obvod 24 cm. **c)** První obdélník má rozměry 6 cm × 2 cm a jeho obvod je 16 cm. **d)** Druhý obdélník má rozměry 6 cm × 4 cm a jeho obvod je 20 cm.
7.B.6 a) Na obrázku jsou 3 čtverce: A, C, B+D a 9 obdélníků: B, D, E, A+C, A+B, C+D, A+B+C+D, B+D+E, A+B+C+D+E.
b) Obvody čtverců ve stejném pořadí jako v a): 4, 4, 8 d.
Obvody obdélníků ve stejném pořadí jako v a): 6, 6, 6, 6, 8, 8, 10, 10, 12 d.
c) Obsahy čtverců ve stejném pořadí jako v a): 1, 1, 4 □.
Obsahy obdélníků ve stejném pořadí jako v a): 2, 2, 2, 2, 3, 3, 6, 6, 8 □.

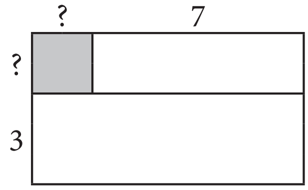
✂ -- ✂

7.C.1 Na obrázku je obdélník rozdělen na čtverce a obdélníky.
Ty jsou pojmenovány A, B, C, D a E.
Rozhodni, zda následující tvrzení jsou pravdivá. Zakroužkuj ANO, nebo NE.

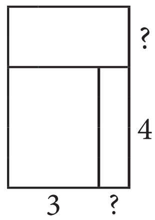


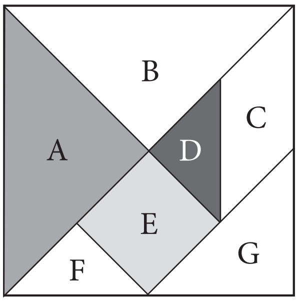
Obsah obdélníku A + C je čtvrtinou celého obdélníku.	ANO / NE
Součet obvodů obdélníků B a D je obvod čtverce B+D.	ANO / NE
Obsah obdélníku A + B + C + D je stejný jako obsah obdélníku B + D + E.	ANO / NE
Součet obsahů čtverce C a obdélníku AB je dvojnásobkem obsahu obdélníku E.	ANO / NE
Součet obvodů čtverce C a obdélníku AB je dvojnásobkem obvodu obdélníku E.	ANO / NE
Obsah obdélníku D je pětinou obsahu velkého obdélníku A + B + C + D + E.	ANO / NE

7.C.2 Na obrázku je obdélník rozdělený na dva obdélníky a jeden čtverec. Obvod celého obdélníku je 28 cm.
a) Urči obvod každého čtyřúhelníku na obrázku.
b) Urči obsah každého čtyřúhelníku na obrázku.



7.C.3 Na obrázku je obdélník rozdělený na tři obdélníky. Obsah celého obdélníku je 26 cm². Rozměry obdélníků jsou přirozená čísla.
a) Urči obvod každého čtyřúhelníku na obrázku.
b) Urči obsah každého čtyřúhelníku na obrázku.



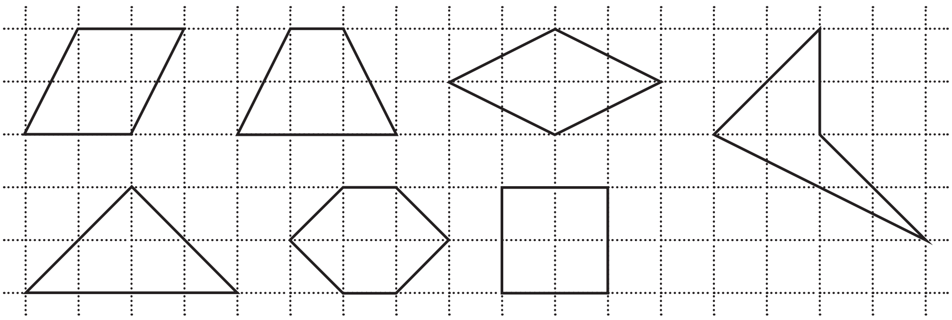


7.C.4 Na obrázku je čínský sedmidílný tangram. Je to čtverec rozdělený na 7 dílů.
a) Urči, jakou částí celého čtverce je každý obrazec.
b) Urči obrazce, jejichž součet obsahů je roven obsahu trojúhelníku A.
c) Urči obrazce, jejichž součet obsahů je roven obsahu trojúhelníku G.

↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓

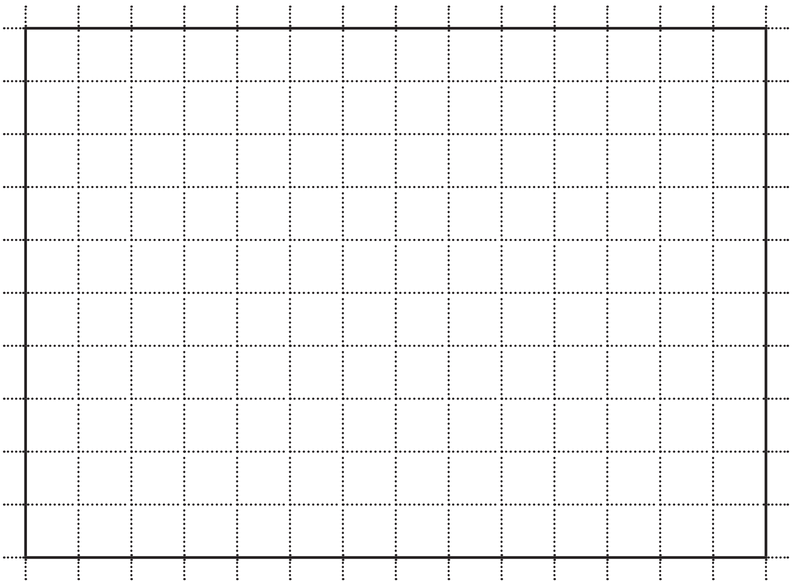
Komentář
Úloha 7.C.2 je významným příspěvkem k tématu rovnice. Vyjadřujeme známý obvod velkého obdélníku pomocí neznámých částí. Úlohu 7.C.3 je nejlépe řešit manipulativně – vystřihnout tangram a přikládat jednotlivé díly na sebe.
Výsledky a řešení
7.C.1 Odpovědi jsou popořadě ANO, NE, ANO, ANO, ANO, NE. Pravdivost lze zkontrolovat z odpovědí 7.B.6b a 7.B.6c.
7.C.2 Na obrázku jsou kromě velkého obdélníku tři další (horní pravý, horní dohromady se čtvercem, dolní) a jeden čtverec. Jestliže obvod celého obdélníku je 28 = (? + 7 + ? + 3) × 2, pak 4 × ? = 8, strana čtverce je tedy rovna 2 cm. **a)** Tedy obvod čtverce je 8 cm, pravého horního obdélníku 18 cm, celého horního obdélníku 22 cm, dolního obdélníku 24 cm; **b)** obsah čtverce je 4 cm², pravého horního obdélníku 14 cm², celého horního obdélníku 18 cm², dolního obdélníku 27 cm².
7.C.3 Rozměry velkého obdélníku jsou 4 × 7. **a)** Obvody jsou 12, 14 a 10; **b)** obsahy: 8, 12, 4.
7.C.4 a) Obsah A i B je čtvrtina čtverce, G, E, C je osmina, F, D je šestnáctina; **b)** obsah A = obsah (C+G) nebo (C+F) nebo (G+F) nebo (F+D+C) nebo (F+E+D) nebo (F+D+G) nebo B; **c)** obsah G = obsah C nebo E nebo (F+D).

7.D.1 Na obrázku je pět čtyřúhelníků, jeden šestiúhelník a jeden trojúhelník.



Marta tvrdí, že obsahy všech mnohoúhelníků jsou stejné. Má Marta pravdu? Svou odpověď zdůvodni. Najdi alespoň tři další mnohoúhelníky, které mají stejný obsah jako čtverec na obrázku.

7.D.2 Vydláždi dvorek (14 × 10) m co největšími čtvercovými dlaždicemi. Jaké dlaždice použiješ a kolik jich bude?



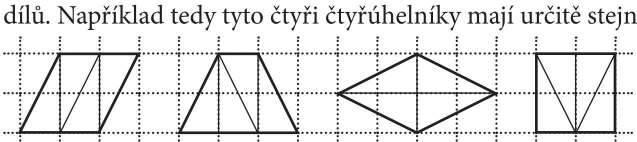
✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

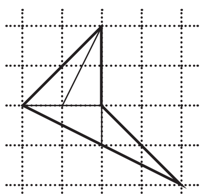
Komentář

Úloha 7.D.2 je známá. Je to zde jen jako ukázka, jak oblast obsahů 2D obrazců propojíme s dělitelností, konkrétně s nejmenším společným dělitelem.

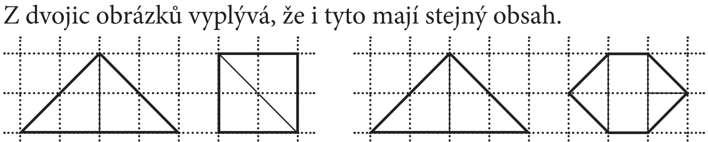
Výsledky a řešení

7.D.1 Pro některé útvary není potřeba počítat obsah. Stačí jen ukázat, že je možné rozdělit je na stejný počet stejných dílů. Například tedy tyto čtyři čtyřúhelníky mají určitě stejný obsah.



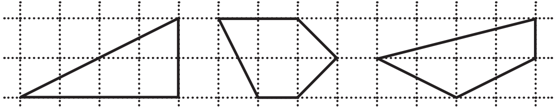


Z dvojic obrázků vyplývá, že i tyto mají stejný obsah.



Na posledním obrázku je ukázáno, že když rozdělíme nekonvexní čtyřúhelník vodorovnou úhlopříčkou na dva trojúhelníky, že tyto mají stejný obsah, neboť je možné vytvořit je ze stejných dílů. Horní trojúhelník je například polovinou čtverce.

Další příklady obrazců se stejným obsahem:

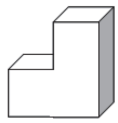


7.D.2 Dlaždice budou o rozměrech (2 × 2) m a bude jich 35 kusů – sedm podélně a pět svisle.

✂ ✂

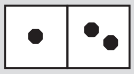
8 TĚLESA

8.A.1 Mirek si vytvořil ze tří krychliček krychlovou dvojpodlažní stavbu, která je na obrázku.



a) Každá krychlička měla na každé stěně jeden puntík. Kolik puntíků na stavbě Mirek viděl, když se díval na stavbu ze všech stran a nezvedal ji?
b) Je možné stavbu z obrázku přestavět tak, aby počet puntíků, který je možné vidět, byl jiný? Jak?

Krychlové stavby budeme zakreslovat *plánem:* nakreslíme pohled na stavbu shora a do jednotlivých čtverců napíšeme, kolik je tam krychlí nad sebou buď číslicí, nebo puntíky. Například dvojpodlažní krychlovou stavbu z úlohy 8.A.1 zakreslíme takto:

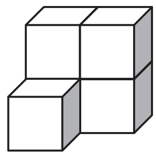


nebo

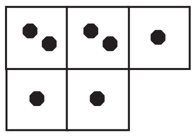
1	**2**

8.A.2 Vytvoř krychlovou stavbu ze šesti krychliček tak, aby byla trojpodlažní a aby v prvním podlaží byla polovina všech jejích krychliček. Najdi všechna řešení a zapiš je plány.

8.A.3 Krychlovou stavbu na obrázku zapiš plánem. Pak ji překlop tak, aby měla v prvním podlaží jiný počet krychlí. Novou stavbu zakresli také plánem.



8.A.4 Krychlovou stavbu na obrázku zakreslenou plánem překlop tak, aby měla v prvním podlaží tři krychle. Novou stavbu zakresli plánem.



✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Komentář
Pokud žáci nemají s krychlovými stavbami a tělesy zkušenosti, je důležité, aby měli možnost s krychlemi manipulovat. To platí pro všechny další úlohy o krychlových stavbách či tělesech. Jestliže žák k správnému řešení nepotřebuje manipulovat s krychlemi, nebo při manipulaci jen naznačuje například přemisťování, má dobře rozvinutou prostorovou představivost. Míra zapojení manipulace nastavuje obtížnost úlohy.
Úloha 8.A.1 připravuje pojem *povrch tělesa*. Nejdříve se vychází z životní zkušenosti žáka a mluví se o *povrchu stavby*. Povrch stavby je to, co žák může vidět, jestliže stavbu nezvedne. Úloha 8.A.1b navíc dává žákům zkušenost, že dvě stavby ze stejného počtu krychlí, tedy se stejným objemem, mohou mít různý povrch. Povrch tělesa je připravován v úlohách skupiny B.
V úloze 8.A.2 se žáci učí kreslit plány stavby a získávají zkušenosti s půdorysem stavby. Přiřazování 2D plánu a 3D stavby je aktivita, která rozvíjí prostorovou představivost. V úloze 8.A.3 se již objevuje pohyb, přemístění krychlové stavby. Očekáváme diskusi o tom, zda stavbu můžeme také otočit na pravý bok tak, aby v prvním podlaží byly jen dvě krychle. Tato diskuse povede k vyjasnění pojmu *krychlová stavba*. Ta je vytvořena z volných kostek. Stavbu otočenou na pravý bok bychom neuměli realizovat a také bychom ji neuměli zapsat plánem. Vnímání této skutečnosti otevírá dveře pojmu *krychlové těleso*. To je tvořeno z krychlí pevně spojených bez vlastností vázaných na polohu. Určování počtu podlaží vede k pojmu *výška tělesa*.
Výsledky
8.A.1 a) 12; **b)** ano, jakákoli jednopodlažní stavba bude mít počet viditelných puntíků o 1menší.

8.A.2

1	2	3

1	3	2

2	1	3

1	2
	3

1	3
	2

2	1
	3

3	1
	2

3	2
	1

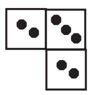
2	3
	1

8.A.3

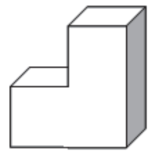
2	2
1	

1	1
2	1

8.A.4

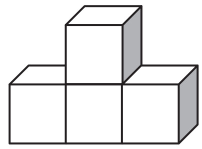


✂ ✂



8.B.1 Mirek si vytvořil ze tří krychliček o hraně délky 3 cm stavbu, která je na obrázku. Potom stavbu vymodeloval z drátů. Jak dlouhý drát na to spotřeboval? Nebudeme uvažovat o drátu spotřebovaném na spoje. Zakroužkuj správnou odpověď.

(a) 54 cm **(b)** 63 cm **(c)** 66 cm **(d)** 69 cm **(e)** 72 cm



8.B.2 Mirek si vytvořil ze čtyř dřevěných krychliček o hraně délky 2 cm krychlovou stavbu, která je na obrázku.

a) Opět stavbu vymodeloval z drátu. Jak dlouhý drát na to spotřeboval? Nebudeme uvažovat o drátu spotřebovaném na spoje. Zakroužkuj správnou odpověď.

(a) 44 cm **(b)** 48 cm **(c)** 52 cm **(d)** 56 cm **(e)** 60 cm

b) Mirek krychle spojil a obarvil těleso modrou barvou. Pak zase těleso rozložil na jednotlivé krychle. Kolik stěn celkem na všech čtyřech krychlích bylo modrých?

(a) 14 **(b)** 16 **(c)** 18 **(d)** 20 **(e)** 22

8.B.3 Vytvoř krychlovou stavbu z co nejmenšího počtu krychlí tak, aby polovina všech krychlí byla žlutých, třetina červených a jedna zelená. Dále stavba splňuje tyto tři podmínky:
– má první podlaží jednobarevné,
– dvě červené krychle mají společný právě jen vrchol (nemají společnou ani hranu, ani stěnu),
– zelená krychle má společnou právě jednu stěnu jak s jednou červenou krychlí, tak s jednou žlutou krychlí.

Doplň další obdobné vlastnosti stavby.

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Komentář

Úloha 8.B.1 a 8.B.2a připravují pojem *kostra krychlového tělesa*, tj. součet délek všech jeho hran. Při počítání počtu hran obvykle dochází k diskusi, zda i ta hrana „vražená dovnitř" je hranou. Při modelování z drátu se tomu obvykle předejde a pojem hrana tělesa se lépe vykreslí. Výsledek 54 cm napovídá buď tomu, že žák počítal počet hran a ten pak vynásobil 3, nebo že neuvažoval hrany, na kterých stavby stojí. Výsledek 63 napovídá tomu, že žák hranu „vrženou dovnitř" nepočítal. Tento problém se opakuje v další úloze 8.B.2a. Úloha 8.B.2b pokračuje v budování pojmu *povrch tělesa*. Začíná se používat pojem krychlové těleso, když jsou krychle spojené a s objektem se manipuluje. Dále se bude již mluvit jak o krychlových stavbách, tak o krychlových tělesech. Úloha 8.B.3 propojuje krychlové stavby s oblastí zlomků. Žáci si nejdříve vyberou tři žluté krychle, dvě červené a jednu zelenou. Menší počet krychlí již není možný. Dále žáci řeší pokusem-omylem. Při této činnosti se vyjasňuje pojem vrchol, hrana, stěna krychle.

Výsledky a řešení

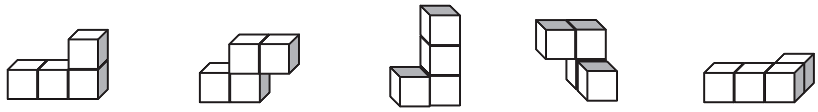
8.B.1 (c) 66 cm. **8.B.2 a)** (d) 56 cm; **b)** (c) 18.

3	**1**
	2

8.B.3 Stavba bude postavena ze tří žlutých, dvou červených a jedné zelené krychle. Úloha má pouze dvě navzájem zrcadlově souměrná řešení. První podlaží je obsazenou pouze žlutými krychlemi. Dvě červené tam nemohou být, protože červené krychle mají mít společný právě jeden vrchol, tedy musí být ve dvou různých podlažích. Kdyby byly v prvním podlaží dvě žluté krychle, nepodařilo by se umístit červené tak, aby měly společný pouze vrchol. Protože zelená krychle má jednu společnou stěnu se žlutou krychlí, dáme ji do druhého podlaží. Dvě červené krychle musí být v různých podlažích, tedy dáme jednu červenou krychli do třetího podlaží na zelenou. Aby mohly mít dvě červené krychle společný pouze vrchol, musí být zelená krychle na kraji, nikoli v rohu. Další vlastnosti mohou být například tyto: Zelená krychle má společnou právě jednu hranu s jednou žlutou a jednou červenou krychlí. Jedna červená krychle nemá nic společného s žádnou žlutou krychlí. Dvě žluté krychle mají společnou právě jednu hranu.

✂ ✂

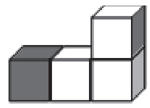
8.C.1 Na obrázku je šest krychlových těles A, B, C, D, E, F. Rozhodni, která dvě tělesa jsou shodná. Zdůvodni.

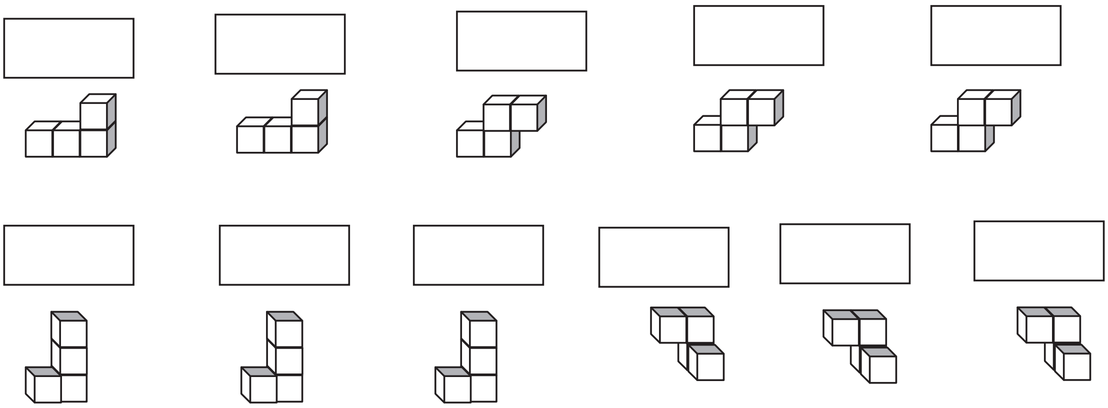


A B C D E F

8.C.2 Mirek ukázal, že těleso A umí přemistěním jedné krychle změnit na těleso B. Vyznačil na obrázku tělesa A krychli, kterou bude přemisťovat, a stěnu jedné krychle, kam tu přemisťovanou krychli přilepí.
Pak tvrdil, že když si vybere kterékoli těleso z obrázku, tak ho umí změnit přemistěním jedné krychle na každé ze tří zbylých. Má pravdu? Zobraz to jako Mirek.

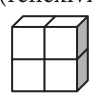
A → B





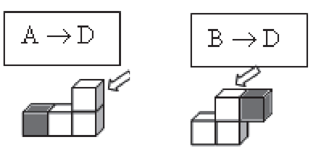
✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Komentář

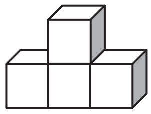
Úloha 8.C.1 dále prokresluje pojem stavba a těleso. Například objekty A a E jsou dvě různé stavby, A je dvoupodlažní a E je jednopodlažní, ale jen jedno těleso. Tedy při uvažování o shodnosti těles nezáleží na jeho poloze. Jak bylo řečeno na začátku, je důležité, aby děti mohly s krychlemi manipulovat.
Úloha 8.C.2 je zaměřena na tzv. chirurgii těles – jedna nebo více krychlí se oddělí a přeloží na jiné místo. Stačí uvést další dvě řešení. Ostatní řešení lze dostat inverzním přemisťováním krychlí. Třeba z tělesa B můžeme vytvořit těleso A odříznutím krychle z místa, které je na obrázku vybarveno, a přemistěním na místo, kde je vyznačena krychle. To ale žákům prozrazovat nebudeme. Budujeme zde vazby mezi krychlovými tělesy. Konkrétně zde jde o relaci „Krychlové těleso X je příbuzné s krychlovým tělesem Y, právě když lze z tělesa X vytvořit těleso Y přemístěním jedné krychle.“ Relace je zde definována v množině tří vyjmenovaných krychlových těles např. A, B, D. Inverznost přemisťování krychlí ukazuje na symetričnost relace. Úloha a nabídnutý pracovní list svádějí k tomu, abychom pracovali částečně i se stavbami a hledali například, jak ze stavby A vytvořit stavbu C. Ale zde se jedná o jedno a totéž těleso. To by mohlo vést k jinému problému: Zjisti, zda je každé těleso příbuzné samo se sebou (reflexivnost relace). Najdi těleso ze čtyř krychlí, které není příbuzné samo se sebou. Takové těleso je například toto: 

Řešení

8.C.1 Dvojice shodných těles: A a C , A a E, C a E, D a F. Zdůvodnění: Vždy jedno těleso z dvojice lze otočit do takové polohy, že je identické s druhým tělesem (stejné jako druhé těleso). Jedná se zde tedy o tři tělesa v různých polohách.
8.C.2 V řešení úlohy šipky na obrázku ukazují na zadní stěnu, kam je potřeba přemisťovanou krychli přilepit.



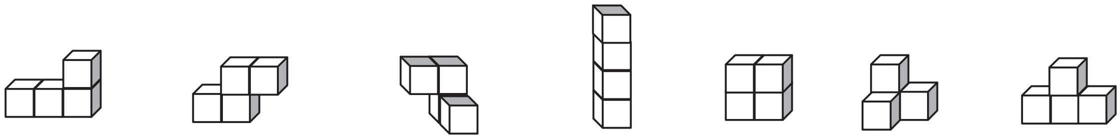
✂ ✂



8.D.1 Mirek postavil z dřevěných krychlí krychlovou stavbu podle obrázku. rychle spojil a ponořil těleso do modré barvy. Pak zase těleso rozložil na jednotlivé krychle. Spočítal, kolik stěn celkem na všech čtyřech krychlích bylo modrých. Uvažoval, zda mohl ze čtyř krychlí vytvořit jiné těleso tak, že po rozložení na krychle by napočítal jiný počet modrých stěn. (Počet všech obarvených stěn krychlí tvořících krychlové těleso budeme nazývat *povrch krychlového tělesa*.) Odpověz na následující tři otázky. Pokud odpovíš ANO, těleso vymodeluj nebo je nějak znázorni. Pokud odpovíš NE, zdůvodni.

1.	Je možné ze čtyř krychlí vytvořit těleso, jehož povrch je větší než povrch tělesa na obrázku?	ANO / NE
2.	Je možné ze čtyř krychlí vytvořit těleso, jehož povrch je stejný s povrchem tělesa na obrázku?	ANO / NE
3.	Je možné ze čtyř krychlí vytvořit těleso, jehož povrch je menší než povrch tělesa na obrázku?	ANO / NE

8.D.2 Na obrázku je sedm krychlových těles označených písmeny A, ..., G.



A B C D E F G

a) Karel se na ně díval z pravé strany a nakreslil si obrázek, jak těleso uviděl: . Na které těleso se Karel mohl dívat? Zakroužkuj.

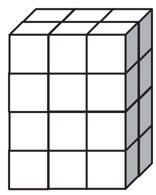
A B C D E F G

b) Karel tvrdil, že tři ze sedmi těles na obrázku vidí shora stejně. Která to jsou? Zakroužkuj.

A B C D E F G

c) Karel: „Myslím si na jedno z těles na obrázku. Ve druhém podlaží má čtvrtinu všech svých krychlí. Moje těleso nejde otočit tak, aby bylo jen jednopodlažní. Které těleso si myslím?“

8.D.3 Na obrázku je kvádr vytvořený z krychlí o hraně délky 1 cm. Urči z kolika krychlí je kvádr vytvořen, popiš všechny jeho stěny a urči délky všech jeho hran.



↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓

Komentář

Připomínáme, že je opět nutné, aby žáci měli možnost pracovat s reálnými krychlemi. Dítěti, které to zvládne bez nich, je ale již nevnucujeme. Úloha 8.D.1. dává zkušenosti s vazbou mezi objemem a povrchem tělesa. Dvě různá tělesa mohou mít stejný objem, ale různý povrch.

Úloha 8.D.2a a 8.D.2b zavádí další typy zobrazení krychlových staveb/těles – bokorys a nárys.

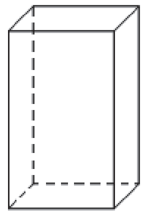
Úloha 8.D.3 je snadná pro tuto skupinu úloh, ale připravuje žáky na další skupinu úloh, kde se bude pracovat již s jinými tělesy než krychlovými.

Výsledky a řešení

8.D.1 1. NE; při slepování krychlí zanikly pouze tři dvojice stěn, které se spojily, méně – to není možné. 2. ANO, jakkoli lze jakoukoli krychli přemístit kromě případu, kdy stavba je hranolem 2 × 2 × 1; 3. ANO, hranol 2 × 2 × 1.

8.D.2 a) Tělesa A, B, E a G; **b)** tělesa A, B a G; **c)** těleso F.

8.D.3 Hranol je vytvořen z 3 × 2 × 4 = 24 krychlí. Stěny jsou tři různé obdélníky: (3 × 2) cm, (3 × 4) cm, (2 × 4) cm. Délky hran jsou 2 cm, 3 cm a 4 cm.



8.E.1 Podstavou kvádru je obdélník o rozměrech (3 × 2) cm. Výška kvádru je 5 cm. Který z obdélníků je stěnou kvádru? Zakroužkuj je.
(**a**) (2 × 5) cm (**b**) (4 × 5) cm (**c**) (4 × 2) cm
(**d**) (2 × 3) cm (**e**) (3 × 5) cm

8.E.2 Podstavou kvádru je obdélník o rozměrech (3 × 2) cm. Obsah jedné boční stěny je 10 cm^2, obsah druhé boční stěny je 15 cm^2. Jaký je objem kvádru? Zakroužkuj správné řešení.
(**a**) 30 cm^2 (**b**) 45 cm^3 (**c**) 30 cm^3 (**d**) 60 cm^2 (**e**) 60 cm^3

8.E.3 Jedna stěna kvádru má obsah 20 cm^2 a druhá stěna má obsah 15 cm^2. Jaký je obsah třetí stěny? Zakroužkuj.
(**a**) 10 cm^2 (**b**) 25 cm^2 (**c**) 12 cm^2 (**d**) 300 cm^2 (**e**) 35 cm^2

8.E.4 Krychle je vymodelována z drátu. Na vymodelování hran jedné stěny je třeba 8 cm drátu. Jaká je celková délka drátu na tomto modelu? Zakroužkuj.
(**a**) 32 cm (**b**) 24 cm (**c**) 48 cm (**d**) 40 cm

8.E.5 Podstavou hranolu je čtverec s obvodem 20 cm. Boční stěna hranolu je obdélník s obvodem 24 cm. Jaká je celková délka všech hran hranolu? Zakroužkuj.
(**a**) 44 cm (**b**) 68 cm (**c**) 136 cm (**d**) 96 cm

8.E.6 Podstavou hranolu je čtverec s obsahem 9 cm^2. Boční stěna hranolu je obdélník s obsahem 15 cm^2. Jaká je celková délka všech hran hranolu? Zakroužkuj.
(**a**) 44 cm (**b**) 48 cm (**c**) 51 cm (**d**) 60 cm

8.E.7 Podstavou hranolu je čtverec s obvodem 12 cm. Celková délka všech hran hranolu je 44 cm. Jaká je výška hranolu? Zakroužkuj.
(**a**) 32 cm (**b**) 4 cm (**c**) 5 cm (**d**) 6 cm (**e**) 11 cm

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Komentáře

Často dochází k terminologickým nejasnostem, kdy užít slovo kvádr a kdy hranol. Pojem hranol je obecnější. Mohou být hranoly trojboké, …, *n*-boké, mohou být kolmé nebo kosé. Kvádr je speciálním případem hranolu, je to kolmý čtyřboký hranol, jehož podstava je obdélník. Mluvíme-li o kvádru, nemá smysl některou dvojici stěn nazvat podstavou, neboť všechny jsou obdélníky. Ale jestliže tak uděláme, není to žádná chyba, neboť slovo podstava má kromě geometrického významu (jistá stěna, nebo dvojice protějších stěn) i význam „stavitelský". V tomto případě je slovem podstava označována stěna, na které těleso v daný okamžik „stojí" na podložce. Takto pojatá podstava však není geometrickou vlastností tělesa, neboť se změnou polohy se změní i tato vlastnost. Speciálním případem hranolu je i krychle. Úlohy ve skupině E jsou uvedeny úlohou 8.D.3., kde se pracuje s krychlovým tělesem, tedy s tělesem, které lze dobře vymodelovat. To může dát žákům nápovědu, jak tyto úlohy řešit, když představy nejsou dostatečné. Úlohy provazují metrické vlastnosti čtyřbokých hranolů – objem, povrch, obsah stěn, kostra (celková délka všech hran).

Výsledky

8.E.1 (a), (d), (e)
8.E.2 (c)
8.E.3 (c)
8.E.4 (b)
8.E.5 (b)
8.E.6 (a)
8.E.7 (c)

✂ ✂

4 VÝSLEDKY ČESKÝCH ŽÁKŮ V PŘÍRODNÍCH VĚDÁCH

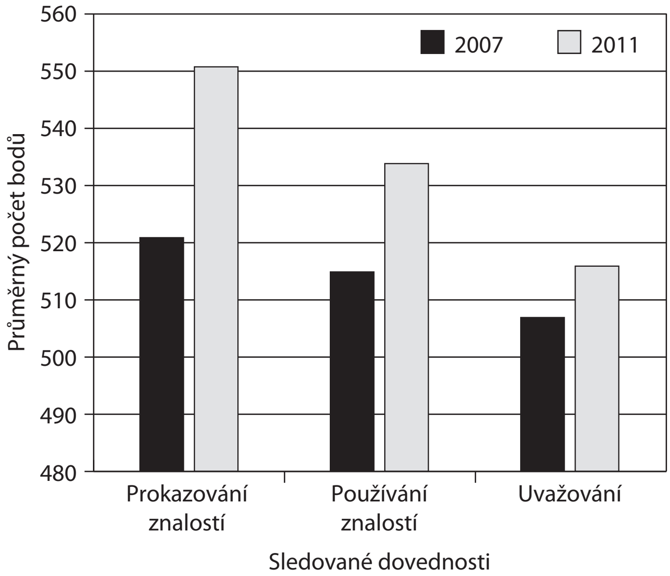
CELKOVÉ VÝSLEDKY A JEJICH VÝVOJ

Čeští žáci 4. ročníku se účastnili šetření výzkumu TIMSS celkem třikrát. V přírodních vědách dosáhli v mezinárodním srovnání vždy nadprůměrného výsledku. V roce 1995 získali 532 bodů, statisticky významně[1] lepšího výsledku dosáhly tehdy jen dvě z 26 zúčastněných zemí. Do roku 2007 se výsledek českých žáků významně zhoršil, poklesl na 515 bodů a předstihla nás většina evropských zemí. Významně lepšího výsledku dosáhlo 16 zemí z celkového počtu 36, které se do šetření zapojily.

Tabulka 1: TIMSS 2011 – Země s nejlepšími výsledky[4]

Země	Průměrný počet bodů
1. Korejská republika	587 ▲
2. *Singapur*	583 ▲
3. Finsko	570 ▲
4. Japonsko	559 ▲
5. *Tchajwan (Čína)*	552 ▲
6. Rusko	552 ▲
7. USA	544 ▲
8. Česká republika	**536**
9. *Hongkong (Čína)*	535 ●
10. Maďarsko	534 ●
11. Švédsko	533 ●
12. Slovensko	532 ●
13. Rakousko	532 ●
14. Nizozemsko	531 ●
15. Anglie	529 ▼
16. Dánsko	528 ▼
17. Německo	528 ▼
18. Itálie	524 ▼
19. Portugalsko	522 ▼
20. Slovinsko	520 ▼

Graf 1: Porovnání výsledků českých žáků ve výzkumech TIMSS 2007 a TIMSS 2011 – podle sledovaných dovedností



Je potěšitelné, že do roku 2011 se čeští žáci opět zlepšili, a to nejvíce ze zemí EU a OECD. Z 50 zúčastněných zemí dosáhlo jen sedm významně lepšího výsledku a srovnatelného výsledku pak šest zemí (viz tab. 1). Významně vzrostlo rovněž zastoupení českých žáků na dvou nejvyšších vědomostních úrovních, z 33 % v roce 2007 na 44 % v roce 2011. Patříme tak mezi nejúspěšnější evropské země. Naopak poklesl počet žáků pod nízkou úrovní, a to ze 7 % v roce 2007 na 3 % v roce 2011.

VÝSLEDKY CHLAPCŮ A DÍVEK

Rozdíly ve výsledcích chlapců a dívek 4. ročníku v přírodních vědách nejsou obecně příliš velké. Nicméně čeští chlapci dosáhli významně lepšího výsledku, o 15 bodů, než dívky, což byl největší rozdíl mezi chlapci a dívkami z členských zemí EU a OECD. Oproti roku 2007 se chlapci zlepšili o 26 bodů a dívky o 18 bodů. Zdá se tedy, že alespoň u mladších žáků se trend zhoršování výsledků chlapců z posledních let zastavil a naopak se zlepšili více než dívky.

1 V dalším textu pod významně lepší či horší rozumíme statisticky významně.

2 Kurzivou jsou nečlenské země OECD. Význam symbolů: ▲ významně lepší, ▼ významně horší, ● srovnatelný výsledek.

VÝSLEDKY PODLE DOVEDNOSTÍ

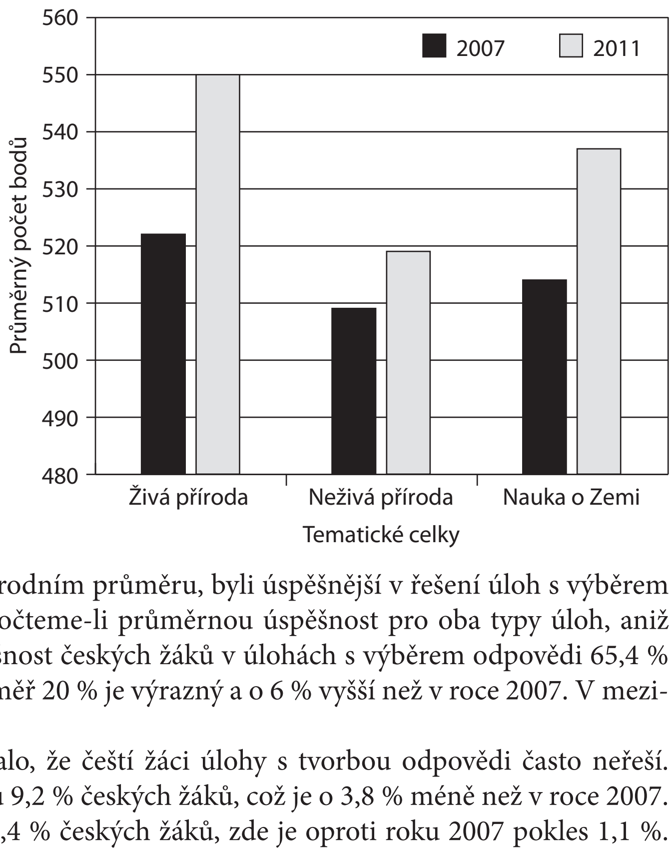
Co se týče sledovaných dovedností, vedli si čeští žáci nejlépe v úlohách zaměřených na prokazování znalostí (viz graf 1). V této dovednosti a v používání znalostí se také proti roku 2007 významně zlepšili. Nejhůře uspěli v úlohách zaměřených na uvažování, zde byl výsledek výrazně pod jejich celkovým průměrným výsledkem za všechny úlohy. Ke zlepšení proti roku 2007 v této dovednosti sice také došlo, ale nebylo významné.
Čeští chlapci dosáhli ve všech třech sledovaných dovednostech významně lepšího výsledku než dívky.
Zajímavé je, že v matematice byli čeští žáci v roce 2011 naopak nejlepší v úlohách zaměřených na uvažování a výsledek zde byl významně lepší než jejich celkový průměrný výsledek za všechny úlohy. Nejhůře si v matematice vedli v prokazování znalostí.

Příklad nejhůře řešených úloh na uvažování
Nejhůře řešená úloha byla z oblasti živé přírody. Úloha se týkala experimentu zkoumajícího vliv hnojiva na růst rostlin. V zadání byly popsány různé podmínky, kterým byly vystaveny rostliny v květináči. Úkolem žáků bylo vybrat dva květináče, na základě jejichž porovnání můžeme rozhodnout, zda mělo či nemělo hnojivo vliv na růst rostlin. Úspěšnost českých žáků v této úloze byla jen 19,1 %, obdobný byl i mezinárodní průměr. V řešení této úlohy vynikli žáci asijských zemí – Singapuru (57,0 %) a Japonska (48,8 %).
Druhá nejhůře řešená úloha byla z oblasti neživé přírody a opět se týkala experimentu. Tentokrát v něm šlo o přípravu nápoje z bonbonů a vody. Bylo třeba vybrat nejlepší z nabízených postupů a svou volbu zdůvodnit. Úspěšnost českých žáků v této úloze byla opět velmi nízká - 19,9 %, mezinárodní průměr byl 24,0 %. Nejúspěšnější byli žáci Japonska (75,9 %).

VÝSLEDKY PODLE TEMATICKÝCH CELKŮ

Výsledky českých žáků podle tematických celků zachycuje graf 2. Je vidět, že nejlepší výsledek měli v oblasti živé přírody a byl výrazně nad jejich průměrem za všechny úlohy. Nejhůře si čeští žáci vedli v úlohách z oblasti neživé přírody, výsledek byl výrazně pod průměrem za všechny úlohy. Oproti roku 2007 se čeští žáci ve všech třech tematických celcích významně zlepšili.
Výsledek českých chlapců a dívek byl v úlohách ze živé přírody srovnatelný, ve zbývajících dvou tematických celcích byli chlapci významně lepší. U úloh z neživé přírody byl rozdíl ve prospěch českých chlapců (25 bodů) nejvyšší ze zúčastněných zemí.

Graf 2: Porovnání výsledků českých žáků ve výzkumech TIMSS 2007 a TIMSS 2011 – podle tematických celků



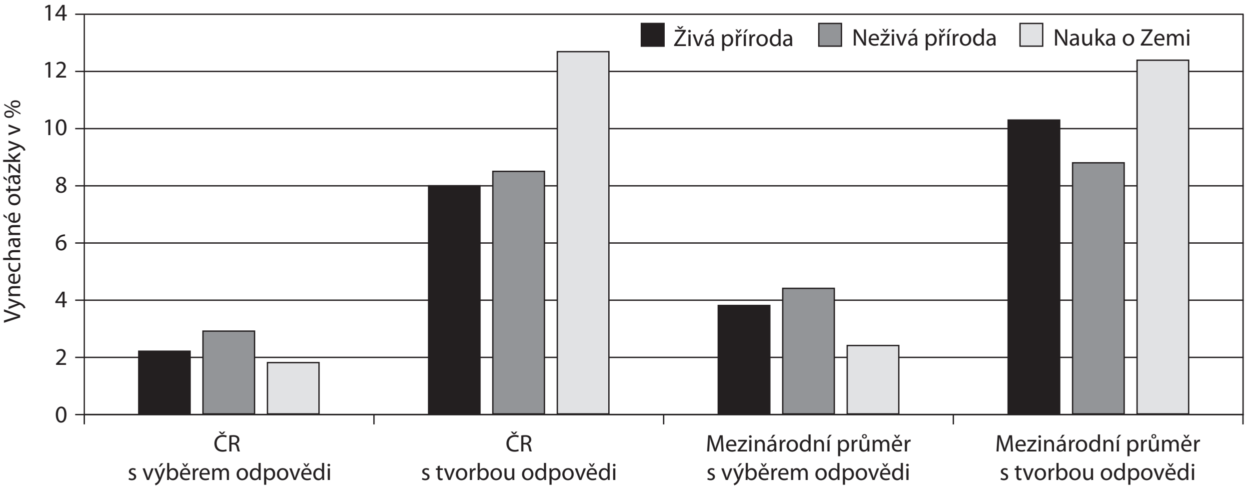
VÝSLEDKY PODLE TYPU ODPOVĚDI

Není překvapující, že žáci, jak čeští, tak v mezinárodním průměru, byli úspěšnější v řešení úloh s výběrem odpovědi než v úlohách s tvorbou odpovědi. Spočteme-li průměrnou úspěšnost pro oba typy úloh, aniž bychom brali v úvahu jejich obtížnost, byla úspěšnost českých žáků v úlohách s výběrem odpovědi 65,4 % a v úlohách s tvorbou odpovědi 45,9 %. Rozdíl téměř 20 % je výrazný a o 6 % vyšší než v roce 2007. V mezinárodním průměru byly rozdíly obdobné.
V předchozím šetření výzkumu TIMSS se ukázalo, že čeští žáci úlohy s tvorbou odpovědi často neřeší. V roce 2011 vynechalo tento typ úlohy v průměru 9,2 % českých žáků, což je o 3,8 % méně než v roce 2007. Úlohy s výběrem odpovědi neřešilo v průměru 2,4 % českých žáků, zde je oproti roku 2007 pokles 1,1 %. V mezinárodním průměru byla neřešenost úloh u obou typů mírně vyšší – 10,3 % a 3,8 %.
Graf 3 ukazuje, nakolik žáci vynechávali v průměru oba typy otázek v jednotlivých tematických oblastech.

Příklady nejvíce vynechávaných úloh
Čeští žáci nejvíce neřešili (33,9 %) úlohu z oblasti živé přírody, v níž bylo třeba vymyslet způsob, jak testovat rostliny na přežití ve specifických podmínkách. Úloha byla hojně vynechávaná i v mezinárodním měřítku (37,2 %).

I další často neřešená úloha (27,3 %) byla z oblasti živé přírody. Byla opět otevřená a týkala se tělesných změn živočichů v chladných podmínkách.
Více než pětina českých žáků (22,6 %) vynechala i úlohu z oblasti neživé přírody, kde bylo třeba napsat věc, kterou žák viděl, a která ukazuje, že se sluneční světlo skládá z různých barev. Důvodem mohlo být, že se o rozkladu světla na prvním stupni neučí. Žáci, kteří úlohu řešili, nejčastěji odkazovali na duhu.

Graf 3: Vynechávané otázky ve výzkumu TIMSS 2011 – podle tematických celků



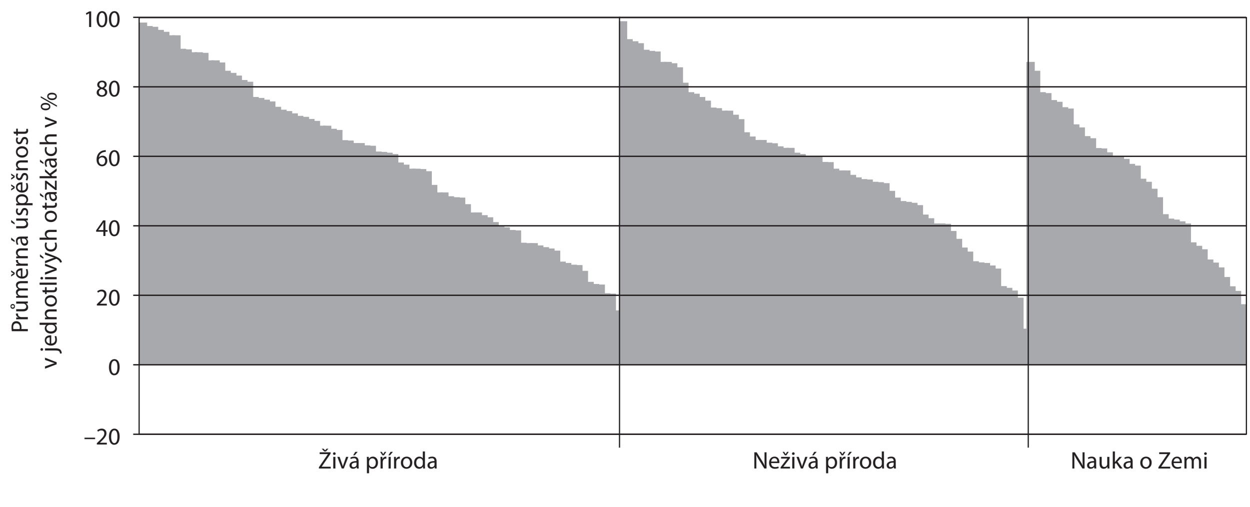
VÝSLEDKY V KONKRÉTNÍCH ÚLOHÁCH

V tabulce 2 jsou uvedeny počty přírodovědných otázek v testech TIMSS a zastoupení otázek s nízkou a vysokou průměrnou úspěšností řešení českými žáky. O rozložení průměrné úspěšnosti při řešení úloh z jednotlivých oblastí si lze udělat obrázek z grafu 4.

Tabulka 2: Úspěšnost českých žáků v řešení přírodovědných úloh

	Celkem	Živá příroda	Neživá příroda	Nauka o Zemi
Počet otázek	198	86	73	39
Úspěšnost nad 75 %	44	23	16	5
Úspěšnost pod 50 %	72	32	24	16
Úspěšnost pod 25 %	14	5	5	4

Graf 4: Rozložení úspěšnosti českých žáků v úlohách výzkumu TIMSS 2011 – podle tematických celků



Příklady úloh s nízkou průměrnou úspěšností řešení

Čeští žáci nejhůře řešili otevřenou úlohu z oblasti neživé přírody, která se týkala vedení tepla. Úspěšnost zde byla jen 8,8 %, v mezinárodním průměru to bylo 23,8 %.

Druhá nejhůře řešená úloha (14,1 %) byla z oblasti živé přírody. Byla opět s tvorbou odpovědi a téměř čtvrtina českých žáků ji neřešila. Mezinárodní průměr byl ještě nižší – 11,2 %. V úloze bylo třeba vysvětlit, jak rozdíly v počtech kladených vajec pomáhají konkrétním živočichům přežít.

Další úloha s nízkou úspěšností řešení se týkala správného zapojení dvou baterií v elektrickém obvodu. Správně vybrat a vysvětlit svou volbu dokázalo jen 17,8 % českých žáků, mezinárodní průměr nebyl o mnoho vyšší – 19,0 %.

V oblasti nauky o Zemi se českým žákům příliš nedařilo v úloze, kde měli uvést dva způsoby, jak využíváme vzduch. Dva správné způsoby uvedlo jen 15,9 % z nich (mezinárodní průměr byl 16,3 %). Jeden správný způsob pak uvedlo 77,3 % českých žáků, u většiny z nich to bylo dýchání.

Příklady úloh s vysokou průměrnou úspěšností řešení

Nejlépe (98,2 %) si čeští žáci vedli při řešení úlohy z oblasti neživé přírody, kde měli vybrat sílu, která pohání plachetnici. Úloha byla dobře řešena i v mezinárodním průměru – 89,6 %.

V této oblasti dosáhli čeští žáci vysoké úspěšnosti (93,0 %) i v úloze, kde měli vybrat, proč dívka vidí vycházející Slunce nejen na obloze, ale i na hladině jezera. Mezinárodní průměr zde byl jen 76 %.

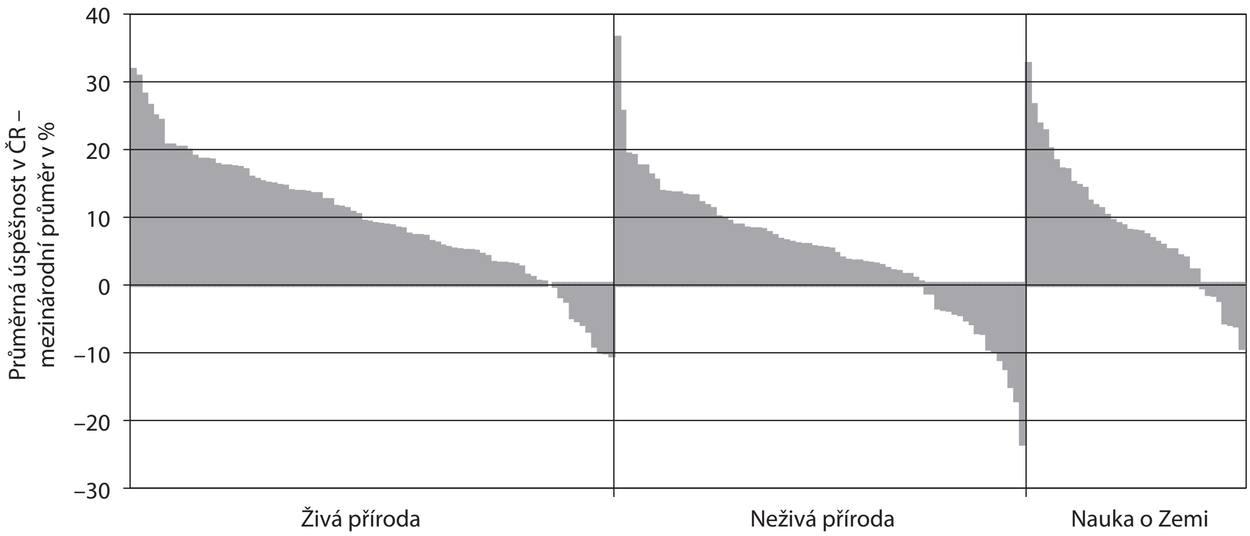
V oblasti živé přírody dosáhli naši žáci nejlepšího výsledku (96,8 %) v úloze, kde měli přiřadit konkrétní živočichy do příslušných ekosystémů. Úspěšně (96,6 %) též určili orgán, kde probíhá trávení.

V oblasti nauky o Zemi si nejlépe vedli při přiřazení částí zemského povrchu k vhodnému popisu (86,4 %). Úspěšní (83,6 %) byli i při práci s tabulkou s údaji, na jejichž základě měli určit, kde bude sněžit.

SROVNÁNÍ S MEZINÁRODNÍM PRŮMĚREM

Graf 5 ukazuje, jak si čeští žáci vedli při řešení úloh ve srovnání s mezinárodním průměrem. Na svislé ose je rozdíl průměrné úspěšnosti českých žáků a mezinárodního průměru. V úlohách „nad osou" tedy byli naši žáci úspěšnější, v úlohách „pod osou" byli horší než mezinárodní průměr.

Graf 5: Rozdíl úspěšnosti českých žáků a mezinárodního průměru v úlohách výzkumu TIMSS 2011 – podle tematických celků



Příklady úloh s výsledkem pod mezinárodním průměrem

Ve srovnání s mezinárodním průměrem byly nejhůře řešeny úlohy z oblasti neživá příroda a z nich pak úlohy z termiky. Nejhorší výsledek – 23,5 % pod mezinárodním průměrem – byl v otázce, kde bylo třeba vybrat materiál, který nejlépe vede teplo. Vysoce podprůměrný (o 15 %) byl i výsledek v již výše zmiňované nejhůře řešené úloze týkající se rovněž vedení tepla.

Problém činil českým žákům i správný výběr látky, která je směsí (17,1 % pod mezinárodním průměrem). Velmi často označovali jako směs cukr a vodní páru.

Z oblasti živé přírody byli čeští žáci nejhorší oproti mezinárodnímu průměru (o 10,4 %) v úloze, kde měli vybrat

odpověď na otázku: „Proč jsou mnozí pouštní živočichové čilejší v noci?“ Téměř 40 % českých žáků zde chybně zvolilo, že v noci je chladněji.
V oblasti nauky o Zemi byli čeští žáci o 9,3 % pod mezinárodním průměrem v úloze týkající se poměru pevniny a vody na Zemi.

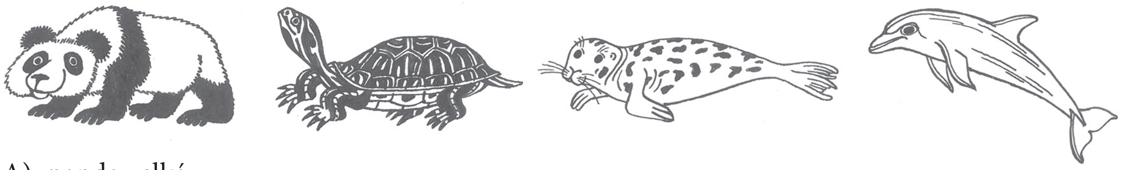
Příklady úloh s výsledkem nad mezinárodním průměrem
Vysoké úspěšnosti proti mezinárodnímu průměru (o 36,4 %) dosáhli čeští žáci v úloze z neživé přírody, kde měli vybrat, které z následujících předmětů vydávají světlo – svíčka a Měsíc; Měsíc a zrcadlo; Slunce a svíčka; zrcadlo a Slunce. V mezinárodním žebříčku byli dokonce na prvním místě. O více než 25 % byli čeští žáci úspěšnější i v úloze z této oblasti, kde bylo třeba rozhodnout, zda následující látky budou hořet – voda; dřevo; písek; benzin; vzduch.
V oblasti živé přírody byl největší kladný rozdíl (o 31,6 %) proti mezinárodnímu průměru v jednoduché úloze, kde bylo třeba vybrat živočicha, který patří mezi savce. Problém nedělalo českým žákům ani napsání části těla, která pumpuje krev do těla a části, jež se používá k přemýšlení – zde byli o 30,6 % nad mezinárodním průměrem.
V oblasti nauky o Zemi si vedli čeští žáci ve srovnání s mezinárodním průměrem nejlépe v úloze, kde bylo třeba vybrat, na co musí být bohatá půda, aby se v ní dařilo rostlinám. Lepší byli o 32,5 %. Vysoko nad mezinárodním průměrem (o 26,4 %) byli i při popisu toho, jakou nevýhodu má zemědělské hospodaření v blízkosti řek.

5 NAUKA O ŽIVÉ PŘÍRODĚ

ZÁKLADNÍ ZNAKY A ŽIVOTNÍ PROCESY ŽIVÝCH ORGANISMŮ

ÚLOHA: SAVCI

Na obrázcích jsou nakresleni čtyři živočichové. Prohlédni si obrázky a rozhodni a zakroužkuj, který ze znázorněných živočichů **nepatří** mezi savce:



A) panda velká
B) želva nádherná
C) tuleň obecný
D) delfín skákavý

Uveď jeden znak, který je typický pro VŠECHNY savce:

....
....
....

↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓

Správná odpověď: B. Všichni savci sají mateřské mléko.
Typická chybná odpověď: A. Žák si nedůsledně přečte zadání a vybere možnost uvádějící jednoho „z nejtypičtějších zástupců savců“, pandu velkou.
Komentář: Žák by měl na základě znalostí o dvou významných skupinách živočichů (savci, plazi) rozřadit uvedené zástupce a vybrat toho, který nepatří mezi savce. Druhá část úlohy se zaměřuje na schopnost zobecnění znaků u uvedených savčích zástupců a schopnost vytvořit charakteristiku skupiny savců.

ÚLOHA: ORGÁNY

Magda dostala k narozeninám encyklopedii o lidském těle. Dočetla se v ní spoustu zajímavých informací, a proto se rozhodla, že si vytvoří přehlednou tabulku, ve které nové poznatky shrne. Do prvního sloupce začala vypisovat jednotlivé orgány (části těla), do druhého sloupce, co má daný orgán v těle na starost. Pomoz Magdě celou její tabulku doplnit.

Orgán (část těla)	Funkce orgánu (co má na starost)
Svaly	Umožňují pohyb těla.
Kosti	
	Pumpuje krev do celého těla.
Mozek	
	Umožňují dýchání vzduchu a přijímání kyslíku.
Kůže	
Žaludek	

✂ -------------------- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ -------------------- ✂

Správná odpověď:

Orgán (část těla)	Funkce orgánu (co má na starost)
Svaly	Umožňují pohyb těla.
Kosti	**Opora těla.**
Srdce	Pumpuje krev do celého těla.
Mozek	**Řídí činnost těla.**
Plíce (případně jiná část dýchací soustavy)	Umožňují dýchání vzduchu a přijímání kyslíku.
Kůže	**Ochrana těla před vnějšími vlivy, termoregulace.**
Žaludek	**Trávení a zpracovávání potravy.**

Typická chybná odpověď: Žák se nezorientuje v tabulce a doplňuje informace do nesprávných buněk.
Komentář: Úloha je založena na základních znalostech lidského těla, jeho orgánů a jejich významu v organismu. Zároveň úloha zkoumá schopnost žáků pracovat s tabulkou jakožto formou zaznamenávání dat.

✂ -- ✂

ÚLOHA: **ŽIVOTNÍ PROJEVY ČLOVĚKA**

Prohlédni si následující tabulku, která obsahuje příklady životních projevů člověka, odpadních látek a ústrojí (orgánů), které odpovídají za jejich odstraňování z těla člověka. Některé údaje v tabulce chybí. Doplň je.

Životní projevy	Odpadní látky	Ústrojí, které odpovídá za jejich odstranění
dýchání	oxid uhličitý, vodní pára	
	stolice	trávicí ústrojí
vylučování	moč	močové ústrojí (ledviny)
		kůže

(Upraveno podle ČÍŽKOVÁ, V. – a kol.: Učební úlohy z biologie. 1. vyd. Olomouc, Nakladatelství Olomouc, 2003, s. 125.)

✂ -------------------- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ -------------------- ✂

Správná odpověď:

Životní projevy	Odpadní látky	Ústrojí, které odpovídá za jejich odstranění
dýchání	oxid uhličitý, vodní pára	plíce (dýchací ústrojí)
trávení	stolice	trávicí ústrojí
vylučování	moč	močové ústrojí (ledviny)
	pot	kůže

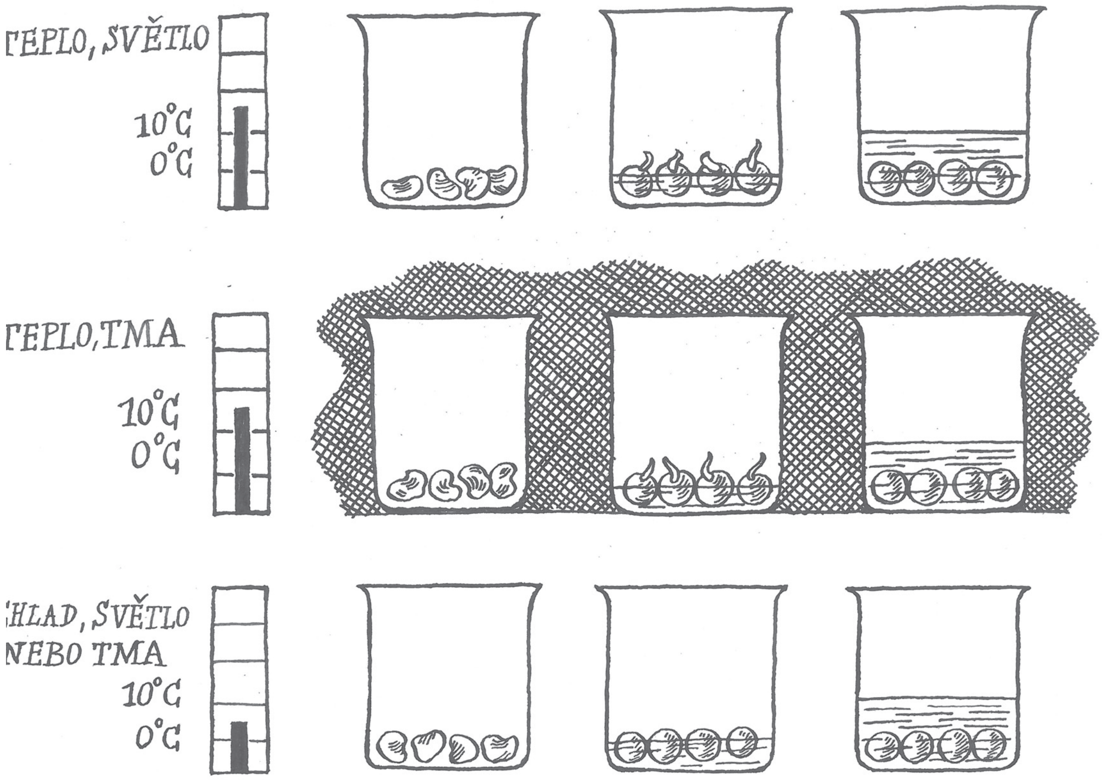
Typická chybná odpověď: Nejčastěji chybí doplnění odpadní látky vylučované kůží, případně se objevuje odpověď „voda".
Komentář: Tato úloha se opírá o vybavení dříve osvojených znalostí. V podstatě je založena na doplnění běžně v praxi používaných pojmů do tabulky, která svým obsahem usnadňuje řešení.

✂ -- ✂

ÚLOHA: KLÍČENÍ SEMEN

Prohlédni si následující obrázek, na kterém jsou zakresleny výsledky tří pokusů s klíčením semen hrachu za různých podmínek. V první kádince jsou vždy semena bez vody, v druhé jsou semena z větší části zalitá vodou a ve třetí semena vysoko zalitá vodou.
Zakroužkuj, co VŠE je třeba k tomu, aby semena vyklíčila:

A) světlo B) teplo C) voda D) vzduch E) tma



✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Správná odpověď: teplo, voda, vzduch (kyslík)
Typická chybná odpověď: 1. V odpovědi chybí vzduch (kyslík) a navíc je uvedeno světlo.
Komentář: Úloha zjišťuje dovednost žáků pracovat s údaji obsaženými v obrázku, resp. vyvozovat a rozvíjet závěry z výsledků pokusů. Zároveň lze úlohu vyřešit i na základě vědomostí získaných ve výuce přírodovědy. Nejčastěji žáci ve své odpovědi uvádějí, že podmínkou klíčení je také světlo, které sice nevadí, ale není podmínkou, jak vyplývá z druhé varianty pokusů.

ÚLOHA: **ROSTLINY A VODA**

Děti si založily ve třídě s paní učitelkou pokus s pokojovými rostlinami pěstovanými na okně. Okna mají ve třídě dvě a hezky jim na ně svítí sluníčko. Na každé okno umístily tři kaktusy a tři ibišky. Dva týdny květiny na prvním okně nezalévaly vůbec a na druhém okně je zalévaly pravidelně třikrát týdně.
Výsledky pozorování:
Na prvním okně u kaktusů nepozorovaly prakticky žádnou změnu, ale ibišky měly už po týdnu svěšené listy a druhý týden jim listy začaly žloutnout a opadávat. Naproti tomu na druhém okně se ibiškům dařilo dobře, krásně rostly, a dokonce i kvetly, ale kaktusy začaly odspodu uhnívat.

1. Napiš, jaký konkrétní závěr můžeš z provedeného pokusu udělat.

....

....

2. Zkus na základě uvedeného pokusu vyvodit obecný závěr týkající se rostlin a jejich potřeby vody.

....

....

✂ ------------------------ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ------------------------ ✂

Správná odpověď:
1. Ibišek potřebuje hodně vody, kaktusy jen málo.
2. Všechny rostliny nemají stejné nároky na množství vody potřebné k jejich růstu. Některé potřebují větší množství vody, jiným velké množství vody škodí. (Různé rostliny mají různé nároky na vodu. Rozlišujeme rostliny suchomilné a vlhkomilné.)

Typická chybná odpověď: Jedním ze závěrů bylo: Kaktusy nepotřebují ke svému životu vodu vůbec.
Komentář: Problémem bývá zobecnění výsledku. Tuto úlohu mohou žáci vyřešit buď na základě znalostí, které získali v hodinách přírodovědy, nebo na základě vlastní zkušenosti s pěstováním pokojových rostlin doma, anebo analýzou výsledků popsaného pokusu.

✂ -- ✂

ŽIVOTNÍ CYKLY, REPRODUKCE A DĚDIČNOST

ÚLOHA: **KVĚTY POKOJOVÝCH ROSTLIN**

Jenda si všiml, že většina pokojových rostlin, které maminka pěstuje doma na oknech, sice krásně kvete, ale často nevytvoří plody se semeny. Které tvrzení tuto skutečnost nejlépe vysvětluje?

A) Květiny v bytě mají příliš málo světla na to, aby mohly vytvořit plody.
B) V bytech se pěstují rostliny, které netvoří plody ani ve volné přírodě, odkud pocházejí.
C) Květy pokojových rostlin nebyly oplozeny.
D) Květiny v květináči mají málo živin na to, aby vytvořily plody.

✂ ------------------------ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ------------------------ ✂

Správná odpověď: C
Typická chybná odpověď: Voleny jsou prakticky rovnoměrně všechny varianty, a to i v kombinaci.
Komentář: Žáci by měli znát hlavní předpoklad pohlavního rozmnožování rostlin – opylení a oplození, což je předpokladem pro tvorbu semen a plodů. Výjimky z botanického hlediska (semena a plody mohou však u některých rostlin vzniknout i bez oplodnění – jev zvaný apomixie čili partenogeneze) v této věkové úrovni žáků neuvažujeme.

✂ -- ✂

ÚLOHA: **PAMPELIŠKY**

Matějova oblíbená květina je smetánka lékařská, které se lidově říká pampeliška. Kamarádka Edita Matějovi řekla:
„Jestli chceš, aby ti v dalších letech rostlo na zahrádce pampelišek co nejvíc, nesmíš všechny žluté květy otrhat do vázy! Musíš některé nechat, aby odkvetly a staly se z nich koule chmýří."

Má Edita pravdu? Zakroužkuj správnou odpověď.

ANO NE

Svou odpověď zdůvodni:

....

....

....

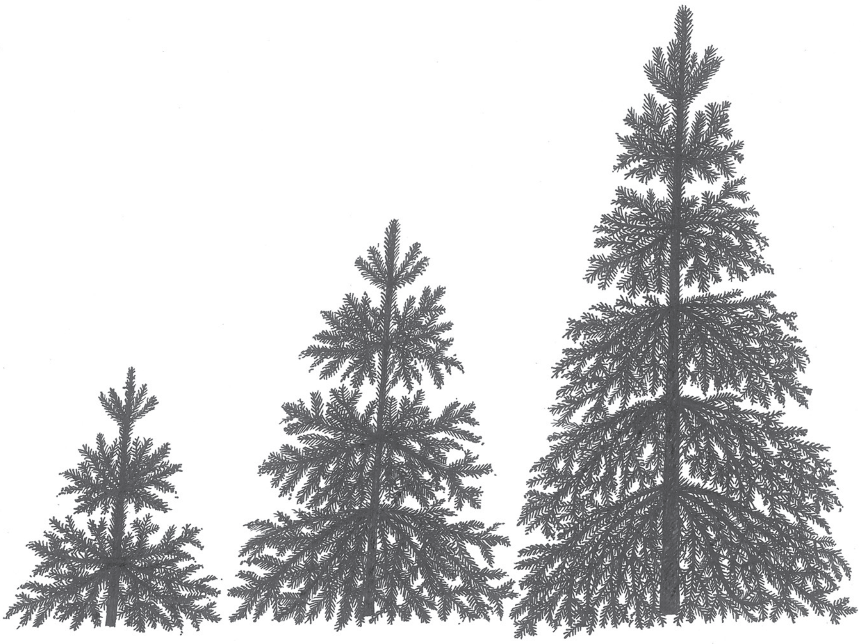
✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Správná odpověď: ANO. Na rostlině tak mohou dozrát semena, která se pak šíří po okolí. Těmi se rostlina rozmnožuje. Žák zmiňuje dozrání semen/nutnost odkvetení rostliny, aby se mohla rozmnožit.
Typická chybná odpověď: ANO s nesprávným zdůvodněním: Půda se tím pohnojí. Žák opomene důležitost závěru rozmnožovací fáze (dozrání a šíření semen) pro rozmnožování rostliny a v otevřené části odpovědi bude zdůrazňovat procesy spojené s následující fází života rostliny – se stárnutím. Například pohnojení půdy rozkládajícími se jedinci.
Komentář: Úloha je založena na znalosti významu jednotlivých fází životního cyklu rostlin, na konkrétním příkladu smetánky lékařské. Ilustrační obrázky mohou být pro žáka nápovědou k tomu, aby si uvědomil, že v generativní fázi dochází k tvorbě/dozrání semen. Druhá část úlohy je otevřená, žák zde musí zformulovat svou odpověď a podpořit tím svou předchozí jednoslovnou odpověď pádnými argumenty.

✂ ✂

ÚLOHA: **RŮST SMRKU**

Jára si pamatoval z hodin přírodovědy, že každý rok přiroste smrku jedno patro větví. Podle přírůstku větví se dá určit věk smrku. Zarazilo ho však, že na obrázku v učebnici, kde byly nakresleny tři různě staré smrky, měl pětiletý smrk pouze tři patra, šestiletý smrk čtyři patra a osmiletý smrk měl šest pater. Pokus se formulovat důvod, který by tuto skutečnost vysvětloval.



. . . .

. . . .

. . . .

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Správná odpověď: Smrk v prvních dvou letech postranní větve netvoří. První postranní větve tvoří smrk až třetím rokem.

Typická chybná odpověď: Větve mohl někdo smrkům odřezat., Větve smrku poškodil vítr nebo vichřice, proto chybí., Některý rok bylo tak špatné počasí, že větve nenarostly., Smrk žil ve špatných podmínkách, že mu větve nenarostly.

Komentář: Jedná se o obtížnou úlohu založenou na přemýšlení. Žák se může případně opřít o vlastní zkušenost, ale především ukazuje na schopnost logického myšlení a schopnost samostatně formulovat závěr plynoucí z předloženého textového a obrazového materiálu.

✂ ✂

INTERAKCE SE ŽIVOTNÍM PROSTŘEDÍM

ÚLOHA: **ZRAK**

Který z uvedených živočichů má špatně vyvinutý zrak? Zakroužkuj ho a zdůvodni, proč nepotřebuje dobrý zrak.

A) zajíc
B) sova
C) krtek
D) včela

Zdůvodnění: . . . .

. . . .

. . . .

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Správná odpověď: C. Krtek žije pod zemí (ve tmě), zrak prakticky nepotřebuje a nevyužívá, proto má zakrnělé oči.
Typická chybná odpověď: Sova, létá v noci, kdy je tma, zrak proto nepotřebuje.
Komentář: Úloha je zaměřena na znalost životního prostředí u běžně známých živočichů a na jejich přizpůsobení stavbou těla podmínkám, ve kterých žijí. Žák by měl vědět, že krtek žije pod zemí, ve tmě, a zrak prakticky nevyužívá, proto má zakrnělé oči. Rozvoj smyslových orgánů je ovlivněn prostředím, ve kterém živočich žije.

✂ ✂

ÚLOHA: **ZPĚV PTÁKŮ**

Jára bydlí s rodiči v domku se zahradou. Na jaře se ozývá ze zahrady tak hlasitý zpěv ptáků, že ráno Járu dokonce budí. Proč vlastně ptáci zpívají? Uveď všechny důvody, které znáš.

....

....

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Správná odpověď: Ptáci svým zpěvem lákají samičku, vymezují a chrání si svůj prostor (teritorium), vzájemně se domlouvají (komunikují) – mohou jím vyjadřovat hlad nebo bolest. Za správně zodpovězenou otázku se považuje uvedení alespoň dvou výše uvedených důvodů.
Typická chybná odpověď: Ptáci zpívají, když je teplo a svítí sluníčko.
Komentář: Se situací popsanou v úloze mají žáci vlastní zkušenosti. Úlohu lze zadat v jednodušší variantě, kdy odpověď vybírají z nabízených alternativ.

✂ ✂

ÚLOHA: **PLÍSEŇ**

Milena a její rodiče žijí na farmě, a proto schovávají starý chléb pro svá zvířata. Často se ale stává, že chléb začne plesnivět a je pro zvířata nevhodný. Milena se rozhodla, že provede následující pokus. V komoře nechala šest krajíců chleba.

- Dva krajíce chleba tam položila hned.
- Dva krajíce nejdříve lehce zvlhčila, vložila je do igelitového sáčku a potom položila do komory.
- Dva krajíce nejprve usušila na topení a poté položila do komory k ostatním.

Po týdnu Milena pozorovala výsledky svého pokusu.

Co chtěla Milena pokusem zjistit? Vyber správnou odpověď:

A) Který chléb bude zvířatům chutnat více?
B) Jak vlhkost chleba ovlivňuje tvorbu plísně?
C) Je plíseň pro zvířata jedovatá?
D) Za jak dlouho všechen chleba zplesniví?

Vysvětli, proč nechala Milena některé krajíce jen ležet v komoře a neupravovala jejich vlhkost?

....

....

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

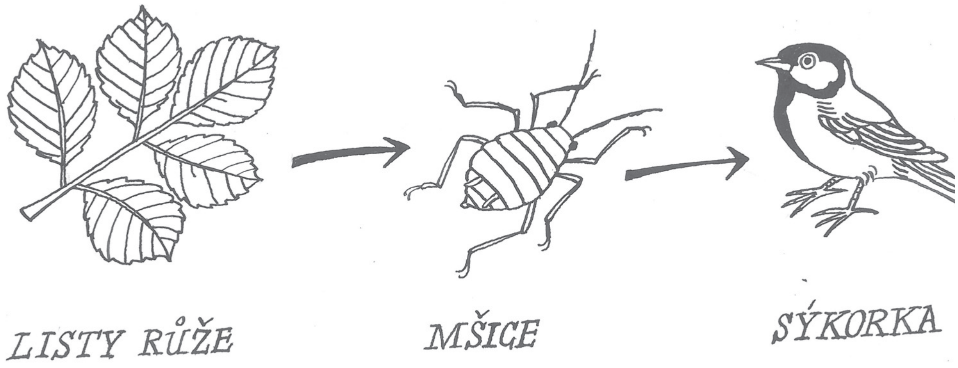
Správná odpověď: B. Možnosti vysvětlení: Aby mohla výsledky porovnat s běžným způsobem skladování., Pro kontrolu., Aby věděla, jak chléb plesniví za normálních podmínek.
Typická chybná odpověď: „nevím“, „neučili jsme se“
Je možné, že žáci nebudou vycházet pouze z informací, které mají k dispozici, ale budou si domýšlet následné scénáře, viz odpověď A nebo C. Je však důležité, aby zhodnotili dostupné informace o proběhlém pokusu a odpověděli na položený dotaz.
Komentář: Úloha se zaměřuje na schopnost žáka vybrat z nabízených možností otázku, která může být zodpovězena na základě uvedeného pokusu. Druhá část úlohy u žáků zkoumá znalosti metodiky a zásad správného provádění pokusů.

✂ ✂

EKOSYSTÉMY

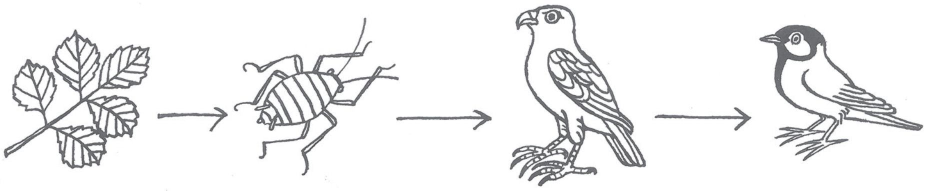
ÚLOHA: **MŠICE**

a) Při procházce parkem si Jirka všiml, že růže mají hodně poničené listy. Podíval se zblízka a uviděl, že listy jsou obsypány mšicemi. Po chvíli pozorování nakreslil tento potravní řetězec:

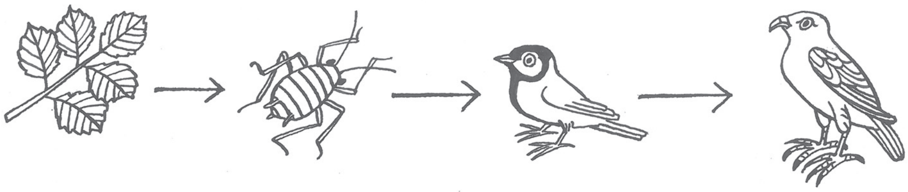


Doma si Jirka našel v encyklopedii, že sýkorky jsou potravou pro dravce, jako je např. poštolka. Na základě těchto informací obrázek potravního řetězce upravil. Z následujících možností vyber správný potravní řetězec:

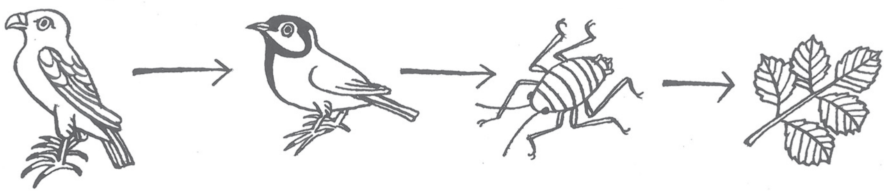
A)



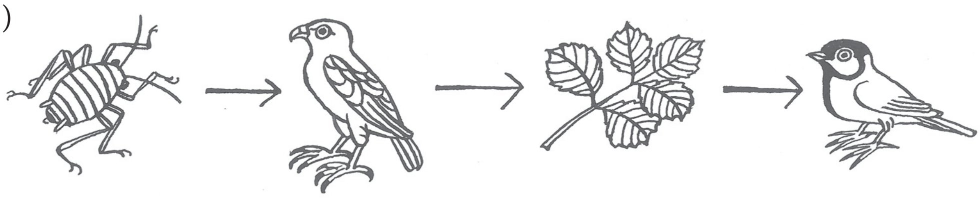
B)



C)



D)



b) Jirka se zamyslel, co by se asi stalo, kdyby z parku náhle zmizely všechny sýkorky. Zakroužkuj ANO, nebo NE, podle toho, zda je tvrzení pravdivé, či nepravdivé.

Přemnoží se dravci.	ANO / NE
Listy růží budou více okousané.	ANO / NE
Z listů zmizí všechny mšice.	ANO / NE
Dravci se začnou živit listím.	ANO / NE

✂ -- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ -- ✂

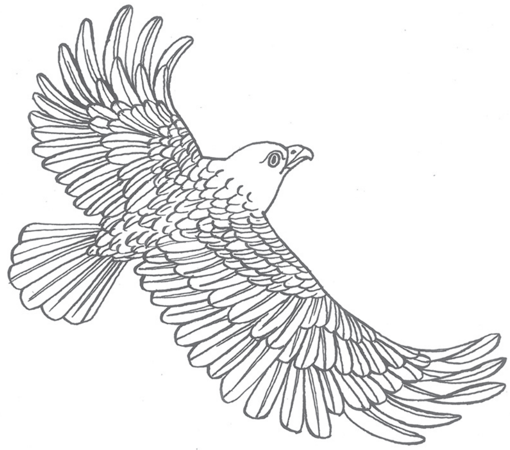
Správná odpověď: a) B; b) NE; ANO; NE; NE

Komentář: První část úlohy testuje schopnost žáka správně vybrat potravní řetězec. Doporučujeme nabídnout žákům informaci o tom, že přirozeným nepřítelem mšic je slunéčko sedmitečné, parazitická vosička či zlatoočka. Druhá část u žáků prověřuje znalost základních principů potravního řetězce a rozvíjí schopnost logického uvažování a vyvozování závěrů.

✂ -- ✂

ÚLOHA: **KÁNĚ LESNÍ**

Káně lesní hnízdí v lesích a za potravou zalétává na otevřená prostranství, kterými jsou např. přilehlá pole, louky nebo pastviny, kde loví především hraboše. Představ si, že člověk vykácí všechny lesy v blízkosti pole.



1. Napiš, co v takovém případě udělají káňata. Co se s nimi stane?

. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

2. Jaký dopad by mohla mít tato situace na výskyt hrabošů v tomto místě?

. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

3. Jak může ovlivnit tato situace úrodu na poli přilehlém k vykácenému lesu?

. . . .
. . . .
. . . .

✂ -- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ -- ✂

Správná odpověď: 1. Káňata nebudou mít kde hnízdit a odstěhují se.
2. Hraboši (myši, hlodavci) se přemnoží, protože nemají přirozeného nepřítele, neboť ten ztratil své místo (teritorium) pro hnízdění a přesídlil do jiné vzdálené lesnaté oblasti.
3. Přemnožení hraboši úrodu zničí. (Případně odpověď: Hraboši se živí hlavně zelenými částmi rostlin, kořeny a kůrou stromů, proto při přemnožení mohou úrodu zničit.)

Typická chybná odpověď: 1. „Káně vymře, protože nemá kde hnízdit."
2. „Hraboši nemají nepřítele, nestane se jim nic.", 3. „Přemnoží se" – ale neuvedou, čím se živí a že mohou úrodu z velké části zničit.

Komentář: K správnému zodpovězení otázky by žák měl zvládat učivo o vztazích v ekosystémech a o potravních vazbách (tocích energie) i důsledcích jejich porušení. Měl by postupně odvodit, že jestliže káňata nemají kde hnízdit, musí hledat novou lokalitu, a proto se odstěhují. Hraboši potom nemají přirozeného nepřítele, přemnoží se a důsledkem mohou být velké škody na úrodě. Tato poměrně obtížná úloha rozvíjí problémové myšlení žáků.

✂ -- ✂

■ÚLOHA: **ODPADKY V LESE**

Když se Míša procházela lesem, všimla si, že všude leží spousty odpadků, jako jsou plechovky od barev, staré pneumatiky, igelitové sáčky, kusy drátů a podobně. Rozhodla se, že bude odpadky sbírat, aby les byl hezčí. Maminka jí řekla, že je to skvělý nápad, protože nejenže jsou odpadky v lese nehezké, ale také mohou zvířatům a přírodě škodit.
Napiš alespoň dva způsoby, čím mohou být odpadky v lese pro přírodu škodlivé.

....

....

....

✂ ---------- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ---------- ✂

Správná odpověď: Žák zmíní alespoň dva argumenty, jak mohou odpadky v lese poškozovat přírodu. Například: Při rozkladu se do půdy uvolňují škodlivé látky. Zvířata se mohou požitím odpadků otrávit. Zvířata se mohou o odpadky zranit. Uvolněné škodlivé látky škodí rostlinám.
Typická chybná odpověď: Odpověď se nevztahuje na přímý dopad přítomnosti odpadků na ekosystém lesa, nebo jsou odpovědi příliš obecné. Například: „Když se pálí pneumatiky, kouř je škodlivý.“, „Všechna zvířata umřou.“, „Odpad bychom měli třídit, a ne házet po lese.“
Komentář: Žák musí využít své znalosti o ekosystému lesa, aby mohl předložit pádné argumenty, které podloží tvrzení, že rozhazování odpadků v lese je špatné.

✂ -- ✂

LIDSKÉ ZDRAVÍ

■ÚLOHA: **HONZÍK A OBEZITA**

Honzík byl s maminkou u dětského lékaře na prohlídce v 11 letech. Lékař konstatoval, že Honzík je zdravý, ale má sklon k obezitě, a doporučil mamince upravit Honzíkovi životosprávu. Kterými z následujících doporučení by se měl Honzík řídit?

Jíst podle chuti, ale pouze dvakrát denně.	ANO / NE
Pravidelně cvičit, alespoň třikrát týdně.	ANO / NE
Z jídelníčku úplně vyloučit maso.	ANO / NE
Omezit sladká jídla, především dorty, sušenky a čokoládu.	ANO / NE
Pravidelně zařazovat do jídelníčku čerstvou zeleninu a ovoce.	ANO / NE
Jíst pravidelně pětkrát denně.	ANO / NE

✂ ---------- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ---------- ✂

Správná odpověď: NE; ANO; NE; ANO; ANO; ANO
Typická chybná odpověď: Souhlasím s tvrzením: Jíst podle chuti, ale pouze dvakrát denně.
Komentář: Úloha se opírá o prokazování znalostí, ale žák při jejím řešení může čerpat i z osobní zkušenosti. Nejčastější chybnou úvahou žáků s nadváhou, ale i mnohých dospělých, nad problémem udržení si odpovídající hmotnosti je jíst co nejméně. Opomíjen bývá také pohyb a pravidelné cvičení.

✂ -- ✂

ÚLOHA: ZDRAVÝ ŽIVOTNÍ STYL

Martin se rozhodl, že bude víc dbát na to, aby dodržoval zdravý životní styl. Sepsal si proto večer všechny potraviny, které během dne snědl a vypil.

Snídaně: čaj
1. svačina: balíček chipsů, jablko, džus
Oběd: hovězí maso, dušená mrkev, brambory, čaj
2. svačina: hamburger, hranolky, coca-cola
Večeře: chléb se šunkou a sýrem, rajčata, mléko

Prohlédni si dobře Martinův jídelníček a rozhodni, zda jednotlivé chody dodržují zásady zdravého stravování:

Snídaně	ANO / NE
1. svačina	ANO / NE
Oběd	ANO / NE
2. svačina	ANO / NE
Večeře	ANO / NE

U možností, které jsi vybral(a) jako nezdravé (odpověď NE), popiš důvody, které tě k tomuto závěru vedly.

. . . .
. . . .
. . . .

↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓

Správná odpověď: NE; NE; ANO; NE; ANO. Snídaně – pouze vypil čaj, nic nesnědl, tudíž nebude mít energii na dopoledne; 1. svačina – chipsy jsou příliš tučné; 2. svačina – hamburger, hranolky obsahují velké množství tuku, coca-cola obsahuje velké množství cukrů, odvápňuje kosti a ničí naše zuby.
Typická chybná odpověď: Žáci nezmíní důležitost plnohodnotné snídaně a zaměří se pouze na typická nezdravá jídla jako hamburger a chipsy.
Komentář: Úloha je zaměřena na znalost zásad zdravého životního stylu. Žáci musí zároveň prokázat schopnost práce s daty (jídelníček). S využitím svých znalostí poté data vyhodnotí. V další části úlohy je zkoumána schopnost žáků podložit svá předchozí tvrzení argumenty.

ÚLOHA: PÉČE O ZDRAVÍ

1. Kterému lidskému orgánu především škodí následující činnosti: nošení krátkých svetříků a holá záda, nadměrné solení, příliš časté pití alkoholu?

A) páteř B) plíce C) žaludek D) ledviny

2. Jakou funkci plní tento orgán v těle člověka?

. . . .

3. Které tvrzení o tomto orgánu je správné:

Tento orgán je párový.	ANO / NE
Je uložen po stranách páteře v dutině břišní.	ANO / NE
Je uložen v levé části hrudníku.	ANO / NE

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Správná odpověď: 1. D) ledviny.
2. Podílí se na odstraňování škodlivých látek z těla.
3. ANO; ANO; NE

Typická chybná odpověď: 1. A

Komentář: Úlohu lze vyřešit na základě aplikací vědomostí získaných ve výuce přírodovědy, ale i na základě vlastních zkušeností nebo zkušeností získaných v rodině. Její význam tkví především v upozornění a zamyšlení se žáků nad tím, co jejich organismu škodí a co prospívá, respektive, jak mohou sami své zdraví ovlivnit.

Poznámka: Pokud žák zvolí u první otázky chybný orgán, ale odpovědi 2 a 3 odpovídají zvolenému orgánu, doporučujeme uznat je jako správné.

✂ ✂

6 NAUKA O NEŽIVÉ PŘÍRODĚ

ROZDĚLENÍ A VLASTNOSTI LÁTEK

ÚLOHA: **ROZPOUŠTĚNÍ CUKRU**

Eliška se chystala provést pokus. Připravila si k měření následující tabulku.

Množství krupicového cukru	Množství vody	Teplota vody	Čas rozpouštění
2 lžičky	půl hrnečku	15 °C	
2 lžičky	půl hrnečku	30 °C	
2 lžičky	půl hrnečku	45 °C	
2 lžičky	půl hrnečku	60 °C	
2 lžičky	půl hrnečku	75 °C	

Napiš, co asi chtěla ve svém pokusu zjistit.

. . . .

. . . .

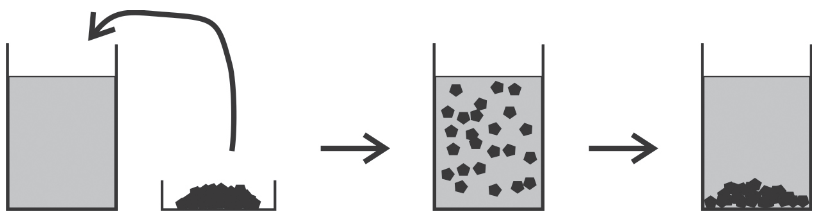
✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Správná odpověď: Zda doba rozpouštění cukru závisí na teplotě vody. Například: „Chtěla zjistit, jestli se cukr rychleji rozpustí při vyšší teplotě.“, „Za jak dlouho se 2 lžičky cukru rozpustí v různých stupních.“
Typická chybná odpověď: Nevím nebo nevyplněno.
Komentář: Úloha vyžaduje, aby se žáci zorientovali v údajích v tabulce a představili si, jak experiment probíhá. Musí si také uvědomit, které veličiny se mění, a na základě toho pak vyvodit cíl experimentu.

✂ ✂

ÚLOHA: **SKLENICE S VODOU A PRÁŠKEM**

Ve sklenici je kapalina, vedle na misce pevná látka rozdrcená na prášek (1. sklenice na obrázku). Prášek nasypeme do sklenice a rozmícháme (2. sklenice na obrázku). Necháme jeden den odstát (3. sklenice na obrázku). Vysvětli, co se stalo na třetím obrázku. Navrhni, o jakou kapalinu a o jaký prášek by se mohlo jednat, aby pokus takto proběhl.



Když jsme nechali sklenici den odstát, vidíme na třetím obrázku, že. . . . .

. . . .

Kapalina ve sklenici by mohla být . . . .

Pevná látka rozdrcená na prášek by mohla být . . . .

✂ -- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ -- ✂

Správná odpověď: Pevná látka se usadila na dně, takže se nerozpouští. Správná odpověď je jakákoli dvojice kapalina + v ní nerozpustná (nebo obtížně rozpustná) pevná látka. Typicky uváděná správná odpověď je „voda a písek".
Lze tolerovat, když žák v první části odpovědi nezmíní, že se látka nerozpustila, pouze že klesla na dno.
Další příklady správných odpovědí: kakao a piškotové drobky, voda a pepř, kyselina sírová a černé uhlí.
Typická chybná odpověď: voda a sůl
Komentář: Úloha zkoumá znalosti žáků o látkách rozpustných a nerozpustných ve vodě, současně vyžaduje porozumění obrázku a jeho správnou interpretaci. Pro žáky jde o poměrně snadnou úlohu, nejčastější odpověď „voda a písek" odráží běžnou zkušenost z domova i ze školy, někteří žáci se soustředí na vymýšlení neobvyklé a kreativní odpovědi.

✂ -- ✂

ÚLOHA: **SNÍH**

Martin zcela naplnil velkou sklenici sněhem a vzal ji domů. Sníh roztál a ve sklenici zbyla studená voda. Voda ale sahala asi jen do čtvrtiny sklenice. Které tvrzení nejlépe vysvětluje, proč zbylo ve sklenici tak málo vody?

A) Sníh je mnohem studenější než voda.
B) Sníh je pevná látka, zatímco voda je kapalina.
C) Sníh se také může vypařovat, stejně jako voda.
D) Mezi částicemi sněhu jsou větší mezery než u vody.

✂ -- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ -- ✂

Správná odpověď: D
Typická chybná odpověď: B
Komentář: Úkolem žáka je vybrat to tvrzení, z nějž by přímo plynulo zmenšení objemu při tání sněhu. Úloha se tedy zaměřuje na schopnost nalézat argumenty pro daný závěr. K tomu je nutné mít alespoň základní představu o složení látky – čím větší mezery mezi jednotlivými stavebními kameny látky, tím větší „načechranost", a tedy i objem. Zbylé tři alternativy nevysvětlují jasně, proč by měl být objem sněhu větší než objem vody. Žáci, kteří si s úlohou nevědí rady, volí nejčastěji variantu B.

✂ -- ✂

ÚLOHA: **SŮL**

Vyber pokus, ve kterém dojde ke změně skupenství soli z pevného na kapalné.

A) Špetku soli rozmícháme v teplé polévce.
B) Špetku soli rozpustíme ve studené vodě.
C) Špetku soli roztavíme v plameni hořáku.
D) Špetku soli rozmícháme v trošce sněhu.

✂ -- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ -- ✂

Správná odpověď: C
Typická chybná odpověď: A
Komentář: Při řešení úlohy žák vychází ze znalostí o změně skupenství. K změně skupenství z pevného na kapalné je potřeba látku zahřát. Lze tedy ihned vyloučit ty odpovědi, u nichž nedochází k ohřívání soli. Ze zbývajících položek je logické vybrat tu, v níž se operuje s vyšší teplotou (hořák), žáci mohou využít i vlastní zkušenost, že sůl netaje např. ve velkém vedru, dokonce ani v plameni svíčky, takže teplá polévka nebude dostačující. Úloha je pro žáky obtížná, volí odpověď podle makroskopického efektu (sůl zmizí v kapalině), nikoli podle podstatných vlastností skupenského přechodu, tedy přítomnosti vysoké teploty. Při ověřování byla výrazně častěji volena nesprávná odpověď „teplá polévka" než správná alternativa.

✂ -- ✂

ÚLOHA: ZÁHADNÝ HŘEBÍK

U dřevěných vrat drží všechny části pohromadě hřebíky. Po delším čase chybí u mnoha hřebíků hlavičky. Rozpadnou se. Co je příčinou tohoto děje? Proč se nerozpadnou celé hřebíky, ale jen hlavičky? Vysvětli.

....

....

....

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Správná odpověď: Příčinou děje je rezivění. Hlavičky na vzduchu zreziví a rozpadají se. Vliv na rezivění má vzdušná vlhkost, která rezivění urychluje. Zbytek hřebíků před vlivem povětrnosti částečně chrání okolní dřevo. Proto tělo (dřík) hřebíku reziví pomaleji. Vydrží ve vratech déle než hlavičky hřebíků.

Například: „Ve dřevě je více sucho než venku, kde je vlhko, a proto železo hlaviček reziví. Zbytek hřebíku je ve dřevě, reziví pomaleji.“, „Ve dřevě je sucho proti venku, kde je vlhko a často prší, a proto zrezivěly jen hlavičky.“, „Hřebík má hlavičku venku, a protože je venku vlhko, tak zrezne a odpadne, ale zbytek hřebíku je ve dřevě a to ho chrání.“

Typická chybná odpověď: Hřebíkům chybí hlavičky, protože ve dřevě je sucho. Venku je vlhko, tak hlavička hřebíku zmrzne a upadne.

Komentář: Žáci-řešitelé potvrzují dovednost čtení s porozuměním a dovednost analýzy přečteného textu i nalezení podstatných informací potřebných k vytvoření odpovědi. Úvahou hledají příčinu jevu, dají ji do souvislosti s povětrnostními podmínkami. Uvažují o vlastnostech dřeva, které v tomto případě zpomaluje proces rezivění hřebíků. Označí jev známým termínem, rozhodnou o jeho nevratnosti. Tím prokážou dovednost použití znalostí vlastností dřeva a procesu rezivění – učiva přírodovědy v úloze z praktického života. Žáci vyvodí závěr po analýze děje. Formulují a napíšou odpověď na konkrétní otázky.

✂ ✂

ÚLOHA: TAJNÁ OBÁLKA

Jirka prováděl podle encyklopedie fyzikální pokusy. Každý si pečlivě zapisoval na papír. Své poznámky ukládal do tajné papírové obálky. Chtěl si z nich vytvořit Výzkumnou knihu. Jeho mladší bratr byl zvědavý, Jirku sledoval a poznámky mu z tajné obálky bral. Když se zase o ni spolu tahali, Jirka vyběhl na zahradu. Strčil rychle obálku do kompostu, aby ji bratr nenalezl. Do večera na ni zapomněl. Po roce obálku hledal.

Vzpomněl si na honičku s bratrem a běžel ke kompostu. Co v něm našel? Bude moci z tajné obálky udělat knihu?

A) Jirka našel zetlelé zbytky obálky, ale papíry byly v pořádku. Výzkumnou knihu může vytvořit.
B) Jirka našel obálku s papíry v původním stavu a Výzkumnou knihu může vytvořit.
C) Jirka našel zetlelé zbytky obálky a zetlelé zbytky papírů, Výzkumnou knihu z nich nemůže vytvořit.
D) Jirka našel zetlelé zbytky obálky a zetlelé zbytky papírů, Výzkumnou knihu z nich může vytvořit.

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Správná odpověď: C. Jirka našel zetlelé zbytky obálky a zetlelé zbytky papírů, výzkumnou knihu z nich nemůže vytvořit.

Například: C s dodatkem: „Když se rozloží obálka, budou rozložené i papíry.“, „V kompostu jsou mikroorganizmy, které rozloží obálku i papíry.“, „V kompostu jsou mikroorganizmy, které rozkládají přírodní věci.“

Typická chybná odpověď: A. Jirka našel zetlelé zbytky obálky, ale papíry byly v pořádku. Výzkumnou knihu může vytvořit. Žáci dopisovali: když je zetlelá obálka, papíry mohou být v pořádku.

Komentář: Řešitelé-žáci 4. ročníku prokazují při řešení úlohy čtení textu s porozuměním. Žáci musí vybrat z textu fakta, která jsou důležitá pro výběr správné odpovědi. Důležité je uvědomění si změny papíru v kompostu. Žáci používají znalosti z přírodovědy o změnách látek, které probíhají při tlení. Analyzují proces tlení, uvědomí si nevratnost tohoto procesu do původního stavu. Úvahou vyvodí závěr o stavu papíru, čitelnosti písma po dlouhé době. Žáci prokážou dovednost používat znalosti v praktických situacích.

✂ ✂

ÚLOHA: **KOHO DETEKTIVOVÉ USVĚDČILI?**

Dvěma vychytralým lupičům se nechtělo pracovat. Peníze však potřebovali. Rozhodli se, že uloupí vzácné listiny, které výhodně prodají sběratelům. Jak se dohodli, tak učinili. Využili vhodné chvíle a odnesli z muzea dva vzácné dokumenty. Radovali se, jak se za ně pomějí.
Shodou okolností této dvojici byli na stopě detektivové pro úplně jinou loupež. Lupiči Tonda a Franta ztratili svoji jistotu. Co dál? Rozhodli se, že vzácné dokumenty, které měli oba doma schované, raději zničí. Tonda ten svůj spálil v kamnech. Franta dokument doma rozstřihal, strčil do sáčku, ve kterém ho měl schovaný, vše zmačkal a hodil do koše.
Večer se sešli na svém obvyklém místě. Potvrdili si pouze, že jsou listiny zlikvidované, ale nebavili se o tom, jak to kdo provedl. Spolu si libovali, jak vyzráli nad detektivy. Jaké bylo překvapení, když při návratu domů na Frantu detektivové čekali v jeho bytě. Kde udělal chybu? Čekali také na Tondu?
Přemýšlej jako detektiv a vyber podle informací z textu správnou odpověď:

A) Detektivové mohli čekat na oba dva. Lupiči však listiny úplně zničili. Chybu neudělali.
B) Na Frantu sice čekali detektivové, ale nic mu nedokážou, listina je zničená, chybu neudělal.
C) Detektivové čekali na oba lupiče. U obou našli jen částečně poničené uloupené listiny.
D) Franta listinu jen rozstřihal, a tím udělal chybu. Lze ji složit a zjistit její obsah. Na Tondu mohli také čekat, ale protože se hořením papír zničil, nemohou mu nic snadno dokázat.

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Správná odpověď: D. Franta listinu jen rozstřihal, a tím udělal chybu. Lze ji složit a zjistit její obsah. Na Tondu mohli také čekat, ale nic mu nedokážou, hořením se papír zcela zničil.
Například: „Hořením se papír zničí, změna se nedá vrátit zpět. Rozstřihaný složíme.“, „Když papír spálíme, je to nevratná změna. Rozstřihané kousky se dají složit.“
Typická chybná odpověď: C. „Listiny nebyly úplně zničené, asi se dají přečíst a poznat.“, „Listiny mohou detektivové poznat, i když je třeba nepřečtou.“
Komentář: Žáci 4. ročníku prokazují při řešení úlohy čtenářskou gramotnost – hlavně čtení s porozuměním a soustředění na plnění zadané práce. Při čtení textu úlohy použijí představivost, vybavují si změny, jaké nastanou na papíře při jeho shoření. Uvažují o souvislosti změny papíru při procesu hoření. Použijí znalosti z přírodovědy o nevratnosti změny, jaká nastává v látkách při jejich hoření všeobecně. Aplikují poznatky na konkrétní příklad.
Problémy, pokud se vyskytly, se projevovaly v oblasti čtení s porozuměním. Žáci si četli text znovu a následně odpovídali správně.

✂ ✂

ÚLOHA: **AUTOMAT**

Automat má vydat lístek jen po vhození pětikoruny, nemá brát jiné mince. Ale funguje špatně a vydá lístek, i když vhodíme některou jinou minci. Jana chce zjistit, podle čeho automat mince rozeznává. Jaký pokus a jeho výsledek by ukazoval na to, že poškozený automat rozeznává mince jen podle materiálu, ze kterého jsou vyrobené?

Vlastnosti použitých mincí:

	Hmotnost	**Okraj**	**Magnetická?**	**Materiál, ze kterého jsou mince vyrobené**
Koruna	3,6 g	vroubky	ano	ocel a nikl
Pětikoruna	4,8 g	hladký	ano	ocel a nikl
Desetikoruna	7,62 g	vroubky	ano	ocel a měď

A) Automat vydá vždy lístek pouze po vhození pětikoruny.
B) Automat vydá lístek po vhození libovolné mince.
C) Automat vydá vždy lístek pouze po vhození koruny nebo pětikoruny.
D) Po vhození koruny automat nikdy nevydá lístek.

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Správná odpověď: C
Typická chybná odpověď: A
Komentář: Komplexní úloha zahrnuje několik různých dovedností. Žák se musí orientovat v tabulce a vybrat z ní pouze potřebná data, v tomto případě sloupeček „Materiál, ze kterého jsou mince vyrobené". Dále musí dokázat navrhnout správný pokus a jeho výsledek, který by podporoval hypotézu uvedenou v zadání. To je pro žáky dané věkové kategorie velmi těžké. Zní-li hypotéza, že automat rozeznává mince podle materiálu, ze kterého jsou mince vyrobené, pak by podle dat uvedených v tabulce mohl zaměňovat koruny a pětikoruny, ale nikoli desetikoruny a pětikoruny. Správná odpověď by tedy byla ta, že automat správně reaguje také na vhození koruny (mince se stejným složením jako pětikoruna) nebo že nereaguje na vhození desetikoruny (mince s jiným složením než pětikoruna). Žáci, kteří si s úlohou nevědí rady, volí jako správnou odpověď „normální" chování automatu, tedy, že vydá lístek pouze po vhození pětikoruny. To je sice skutečnost, která určitě nastává, nijak to ovšem nepřispívá k ověření hypotézy.

✂ ✂

ZDROJE A FORMY ENERGIE

ÚLOHA: SOLÁRNÍ ČLÁNEK KALKULAČKY

Jakub s Pavlem vědí, že některé kalkulačky mají solární článek (viz obrázek). To znamená, že kalkulačku může napájet energie ze světla, které na článek dopadá. Nemohou se ale shodnout, jestli má kalkulačka ještě nějakou baterii, která ji pohání při nedostatku světla.
Umíš jim poradit a popsat experiment, který by je rozsoudil, aniž by museli kalkulačku rozebrat?

Popis experimentu: ....
....

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Správná odpověď: Možnosti: Zakrýt solární článek a vyzkoušet, jestli kalkulačka funguje. Umístit kalkulačku do tmy/zhasnout a vyzkoušet, jestli funguje. Zabránit světlu, aby dopadalo na článek a vyzkoušet, jestli kalkulačka funguje. Když článek zakryjeme a kalkulačka přestane fungovat, tak žádnou baterku nemá.
Typická chybná odpověď: Rozebrat kalkulačku a (ne-)najít baterii., Vyndat z kalkulačky baterii.
Komentář: Úloha ve svém zadání nastiňuje použití solárního článku a dále testuje, jak je žák schopen s touto informací pracovat. Primárně nevyžaduje předchozí zkušenosti s principem fungování solárního článku. Při řešení je třeba pečlivě vnímat text zadání, zejména informaci, že kalkulačku nechceme rozebírat.

✂ ✂

ÚLOHA: STAVBA ELEKTRÁREN

Michal si na internetu přečetl, že „je výhodné stavět nové elektrárny blízko hnědouhelných dolů, aby se snížily náklady na dopravu paliva". O jakých elektrárnách je pravděpodobně řeč? O elektrárnách:

A) vodních
B) uhelných
C) jaderných
D) větrných

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Správná odpověď: B
Komentář: Úloha vyžaduje základní porozumění týkající se jednotlivých zdrojů energie, tj. znalost vstupů (vítr, voda, uhlí…) při výrobě elektřiny v elektrárnách.

✂ ✂

ÚLOHA: POKUS S HRNCI

a) Zuzka chtěla zjistit, zda se začne dříve vařit voda v hrnci, který je přikrytý pokličkou, nebo v hrnci bez pokličky.
Připravila si ocelový hrnec, pokličku a plotýnku vařiče nastavila na stupeň 6.

Poraď Zuzce a zakroužkuj dva z následujících experimentů, které má provést. Zdůvodni svoji volbu.

Experiment 1 Množství vody: 0,5 l Počáteční teplota vody: 23 °C Poklička: ano	**Experiment 2** Množství vody: 1 l Počáteční teplota vody: 23 °C Poklička: ne	**Experiment 3** Množství vody: 1 l Počáteční teplota vody: 46 °C Poklička: ne
Experiment 4 Množství vody: 0,5 l Počáteční teplota vody: 30 °C Poklička: ne	**Experiment 5** Množství vody: 0,5 l Počáteční teplota vody: 23 °C Poklička: ne	**Experiment 6** Množství vody: 1 l Počáteční teplota vody: 23 °C Poklička: ano

Zdůvodnění:. . . . .
. . . .
. . . .

b) Jana má doma dva stejně velké hrnce, jeden je z hliníku a druhý z oceli. Chce vědět, ve kterém se jí začne vařit dříve voda.
Dá vařit vodu nejprve do hliníkového a pak do ocelového hrnce. Z uvedených možností zakroužkuj, jaké by měla volit podmínky u obou experimentů.

Experiment 1 Typ hrnce: **hliníkový** Množství vody: **0,5 l** **1 l** Počáteční teplota vody: **23 °C** **30 °C** Nastavení plotýnky: **5** **6** Poklička: **ano** **ne**	**Experiment 2** Typ hrnce: **ocelový** Množství vody: **1 l** **2 l** Počáteční teplota vody: **15 °C** **23 °C** Nastavení plotýnky: **4** **5** Poklička: **ano** **ne**

↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓

Správná odpověď: a) Zakroužkován experiment 1 a 5. Množství i počáteční teplota vody musí být stejné v obou experimentech. (Například: Musí zjistit, jak je to lepší, jestli s pokličkou, a musí to vyzkoušet jak s pokličkou, tak bez pokličky, a musí to mít úplně stejné podmínky – až na pokličku.)
b) Množství vody: 1 l; Počáteční teplota vody: 23 °C; Nastavení plotýnky: 5; Poklička: buď obojí ano, nebo obojí ne.
Typická chybná odpověď: a) Správně zaškrtnuté experimenty 1 a 5 bez vysvětlení nebo neřešeno.
b) Zaškrtnuty stejné podmínky až na pokličku, kde je „ano“ a „ne“.
Komentář: Úloha je zaměřena na metody vědeckého zkoumání. Cílem je, aby si žáci uvědomili, že když zkoumají určitou závislost, musí být ostatní podmínky experimentu stejné.

ÚLOHA: HORKÝ ČAJ

Eva si nalila do hrnečku horký čaj. Zakroužkuj, zda následující tvrzení jsou, či nejsou pravdivá.

Tvrzení	Pravdivé
Hrneček se od čaje ohřeje, teplota hrnečku vzroste, teplota čaje se díky tomu sníží.	ANO / NE
Hrneček se od čaje ohřeje, teplota hrnečku vzroste, teplota čaje se nezmění.	ANO / NE
Hrneček se od čaje ohřeje, teplota hrnečku vzroste, teplota čaje také vzroste.	ANO / NE
Čaj ohřívá i okolní vzduch, teplota čaje se kvůli tomu snižuje.	ANO / NE
Teplota čaje se postupně snižuje, čaj ale okolnímu vzduchu žádné teplo nepředává.	ANO / NE

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Správná odpověď: ANO; NE; NE; ANO; NE
Typická chybná odpověď: NE; ANO; NE; NE; ANO
Komentář: Úloha je zaměřena na představy dětí o tepelné výměně. Žáci by si měli uvědomit, že když se jedno těleso ochlazuje, předává teplo jinému, které se ohřívá, a naopak.

✂ ✂

ÚLOHA: LŽIČKA PONOŘENÁ V ČAJI

Lucku zajímalo, jakou teplotu má držadlo lžičky, kterou míchá horký čaj. Připojila k držadlu speciálně upravený teploměr, ponořila lžičku do čaje a každou minutu si zapisovala měřenou teplotu. Totéž pak udělala se lžičkou, kterou používá její bratr Honza, a hodnoty si zapsala do tabulky:

	Lucčina lžička	Honzova lžička
Na začátku měření	21 °C	21 °C
Po 1 minutě	38 °C	23 °C
Po 2 minutách	49 °C	24 °C
Po 3 minutách	54 °C	24 °C

Kdo a proč si při míchání čaje spíš spálí prsty – Lucka, nebo Honza?

Spíše se spálí: ....
Vysvětlení: ....
....
....

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Správná odpověď: Možnosti: Lucka, protože držadlo její lžičky se rychleji ohřívá. ‚Lucka, protože držadlo její lžičky lépe vede teplo., Lucka, protože teplota držadla její lžičky roste/zvyšuje se rychleji., Lucka, protože její lžička je z materiálu, který lépe vede teplo., Lucka, protože z tabulky je vidět, že její lžička zvyšuje svoji teplotu rychleji.
Typická chybná odpověď: Honza + libovolné vysvětlení., Lucka (bez vysvětlení)., Oba si mohou spálit prsty stejně pravděpodobně., Z tabulky to nejde určit.
Komentář: Úloha je zaměřena na interpretaci naměřených dat a předvídání toho, jak se mohou teploty obou lžiček vyvíjet dále v čase. Problematická může být orientace v uvedené tabulce a práce s ní. Stejně tak je důležité, aby si žáci spojili kladenou otázku s tabulkou před ní.
V návaznosti na tuto úlohu doporučujeme se žáky diskutovat, z jakého materiálu mohou být lžičky vyrobeny.

✂ ✂

ÚLOHA: MÍCHÁNÍ OMÁČKY

a) Maminka používá při vaření k míchání horké omáčky obvykle dřevěnou vařečku, a ne kovovou. Zamysli se nad tím, proč, a zkus to vysvětlit.

. . . .

. . . .

b) Jakou podložku by měla maminka použít pod horký hrnec, když ho chce postavit na stůl? Můžeš vybrat i více možností. Svou volbu vysvětli.

A) dřevěnou B) hliníkovou C) ocelovou D) polystyrenovou

Vysvětlení: . . . .

. . . .

↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓

Správná odpověď: a) Dřevo vede špatně teplo, dřevěná vařečka se moc neohřeje a maminka se nespálí. Kov vede teplo dobře, kovová vařečka by byla horká. (Například: Kov se ohřeje od horké omáčky a pálila by ji, dřevěná ne.)
Za správnou lze považovat i odpověď: Kovová vařečka může poškrábat dno nádoby.
b) A, D. Dřevo i polystyren špatně vedou teplo (špatně se ohřívají) a stůl se nespálí. (Například: Dřevěnou, ta se neroztaví ani nebude horká, a polystyrenová taky ne.)
Typická chybná odpověď: a) Například: Kov přitáhne to zdravé.; b) Zatrženo jen A bez vysvětlení.
Komentář: Děti mají vlastní zkušenost s materiály, které vedou dobře a špatně teplo. Jejich rozlišení by jim nemělo dělat problém. Obtížnější pak je pro ně vysvětlení. Termín vedení tepla nemusí znát (lze je s ním v rámci řešení úlohy nenásilně seznámit), mohou mluvit o tom, že se něco snadněji, rychleji ohřívá, něco naopak hůře a pomaleji.

ÚLOHA: DUHA

Pepík se díval z okna a uviděl nádhernou duhu. Měl pocit, že je v centru celého oblouku. Při pohledu na duhu si uvědomil, kde je v tu dobu Slunce a kde musí pršet. Které tvrzení nejlépe vystihuje celou situaci?

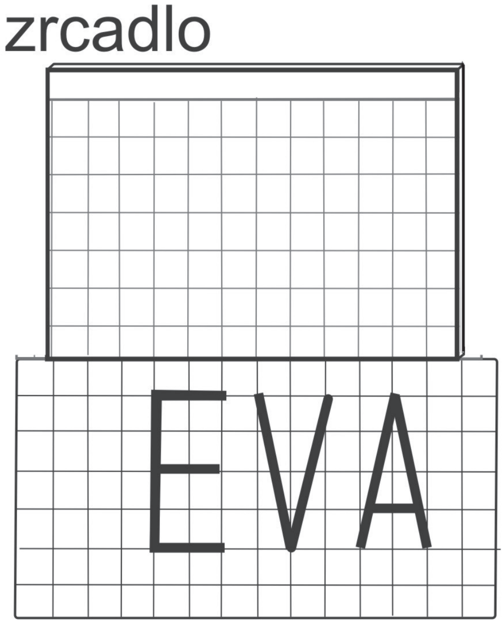
A) Slunce je na opačné straně domu, než je vidět duha (tj. za domem), na straně duhy (tj. před domem) musí pršet.
B) Slunce je na opačné straně domu, než je vidět duha, musí pršet před i za domem.
C) Slunce je na stejné straně domu, jako je duha, ale výše (tedy nad duhou), musí pršet před domem.
D) Slunce je na stejné straně domu, jako je duha, ale výše (tedy nad duhou), musí pršet za domem.

↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓

Správná odpověď: A. Slunce je na opačné straně domu, než je vidět duha (tj. za domem), na straně duhy (tj. před domem) musí pršet.
Typická chybná odpověď: B a C
Komentář: Úloha testuje představy o podmínkách, za jakých vzniká duha. Žáci si musí uvědomit, že duhu vidíme na opačné straně, než je Slunce, a že není nutné, aby pršelo za domem, ale před pozorovatelem.
Pro tuto věkovou kategorii tato úloha testuje, jaké má žák s duhou zkušenosti z běžného života.

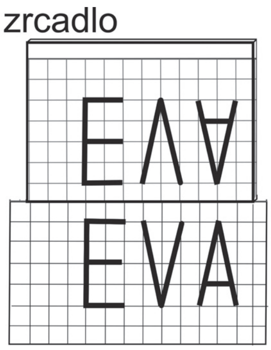
ÚLOHA: **ZRCADLO**

Eva napsala na papír své jméno hůlkovými písmeny. Pak se na ně podívala v zrcadle. Domaluj do obrázku písmena tak, jak jsou vidět v zrcadle.

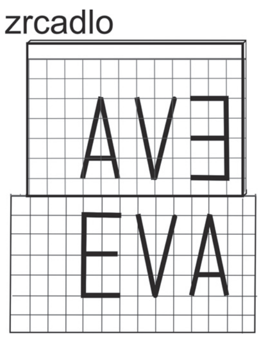


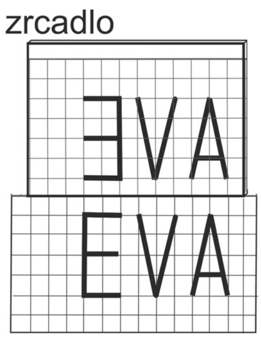
✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Správná odpověď:



Typické chybné odpovědi:





Komentář: S pohledem do zrcadla mají děti vlastní zkušenost, kterou mohou při řešení úlohy využít. Potřeba je také prostorová představivost. Řešení by si měli žáci prakticky vyzkoušet.

✂ ✂

ÚLOHA: **CHYBA V OBVODU**

Děti na hodině přírodovědy zapojovaly elektrické obvody. V obvodu, který sestavila Lucka, žárovka svítila. Martině v jejím obvodu žárovka nesvítila. Najdi v Martinině obvodu dvě chyby, kterých se dopustila.

Chyba 1. . . . .

Chyba 2. . . . .

✂ ---------- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ---------- ✂

Správná odpověď: Chyba 1: rozpojený spínač; Chyba 2: špatně zapojená žárovka – oba dráty vedou ke stejnému vývodu.
Typická chybná odpověď: Uveden jen rozpojený spínač.
Komentář: Úloha vyžaduje schopnost zorientovat se v jednoduchém schematickém obrázku. Nalezení nesepnutého spínače nebývá problém. K odhalení druhé chyby může napomoci porovnání s vedlejším správným zapojením. Úloha by měla pomoci k tomu, aby si děti uvědomily, že každý konec vlákna žárovky, kterým prochází proud, má svůj vývod – jeden je na objímce žárovky, druhý na patici. Nechte děti, aby si rozsvícení žárovky pomocí ploché baterie samy vyzkoušely.

✂ -- ✂

ÚLOHA: **VODIČE ELEKTRICKÉHO PROUDU**

Děti měly za úkol vyzkoušet, které předměty vedou elektrický proud a které nikoli. Sestavily následující obvody. Zakroužkuj ty, ve kterých bude žárovka svítit.

A)

guma na gumování

B)

kovový klíč

C)

papír

D)

vzduch

E)

sklenička

F)

plastové pravítko

✂ ---------- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ---------- ✂

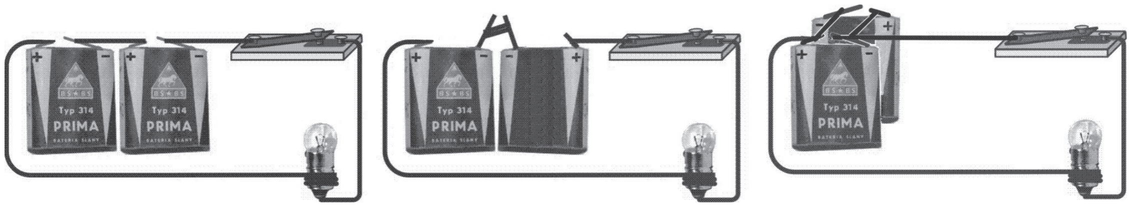
Správná odpověď: B
Typická chybná odpověď: kromě B zaškrtnuto ještě A, D
Komentář: Úloha je zaměřena na rozpoznání vodičů a nevodičů elektrického proudu. Potřeba je také schopnost orientace v jednoduchých schematických obrázcích. Důležité je, aby si žáci své odpovědi prakticky ověřili a obvody si sami sestavili.

✂ -- ✂

ÚLOHA: SPOJOVÁNÍ BATERIÍ

Mirkovi svítila v obvodu žárovka jen slabě, i když použil novou baterii. Paní učitelka mu poradila, aby připojil do obvodu ještě jednu baterii. Mirek si nebyl jistý, jak má baterii připojit. Poraď mu, které zapojení má zvolit. Svou volbu zakroužkuj.

A) B) C)



✂ --- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ --- ✂

Správná odpověď: A
Typická chybná odpověď: C
Komentář: Při řešení úlohy je třeba se orientovat v jednoduchých schematických obrázcích, rozpoznat v nich kladný a záporný pól baterie a způsoby jejich spojení. Úloha je pro žáky obtížná, s danou situací se však žáci mohou prakticky setkat při výměně baterií např. v kapesní svítilně či různých hračkách. Správné zapojení je tam obvykle nakresleno. Důležité je, aby si děti správné zapojení nejlépe samy vyzkoušely nebo jim ho alespoň učitel ukázal. V případě spojení dvou plochých baterií lze použít např. žárovku 7 V/0,3 A nebo 12 V/21 W. Pozor, v zapojení C se při spojení opačnými póly k sobě baterie rychle vybíjí, nechť to žáci raději sami nezkoušejí. Nicméně stojí za to, dvě ploché baterie obětovat a frontálně to krátkodobě ukázat, aby si z toho žáci vzali ponaučení.

✂ --- ✂

ÚLOHA: PROUD V OBVODU

Mirkovi svítila v obvodu žárovka jen slabě. Řekl si, že bude možná svítit silněji, když ji zapojí blíž k baterii, nejlépe u jejího + pólu. Vyzkoušel následující tři zapojení.

Zakroužkuj správnou odpověď.

V zapojení 1 svítí žárovka: nejvíce středně nejméně stejně jako v ostatních zapojeních

V zapojení 2 svítí žárovka: nejvíce středně nejméně stejně jako v ostatních zapojeních

V zapojení 3 svítí žárovka: nejvíce středně nejméně stejně jako v ostatních zapojeních

✂ --- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ --- ✂

Správná odpověď: Pro 1, 2 i 3: stejně jako v ostatních zapojeních.
Typická chybná odpověď: V zapojení 1: středně, v zapojení 2: nejméně, v zapojení 3: nejvíce.
Komentář: Úloha je zaměřena na častou miskoncepci, že proud se při průchodu obvodem postupně spotřebovává. Pokus je třeba s žáky reálně udělat.

✂ --- ✂

ÚLOHA: **CO PŘITAHUJE MAGNET**

Z následujících možností vyber tu trojici předmětů, v níž jsou všechny předměty přitahovány k magnetu:

A) nůžky, kancelářská sponka, ocelová lžička

B) porcelánový hrneček, hliníková miska, spínací špendlík

C) klíče, jídelní nůž, stříbrný prstýnek

Napiš, kterou společnou vlastnost mají tebou vybrané předměty a která souvisí s jejich přitahováním k magnetu:

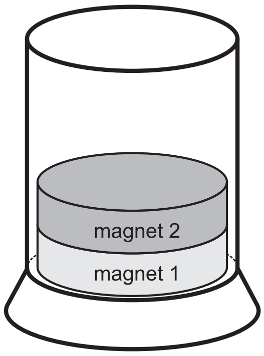
. . . .

. . . .

↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓

Správná odpověď: A. Všechny předměty obsahují železo., Všechny předměty jsou magnetické. Apod.
Typická chybná odpověď: C. „Všechny se přitahují k magnetu.", „Všechny jsou kovové."
Komentář: Úloha testuje, zda žáci rozlišují vlastnost „je to kovové" a vlastnost „je to magnetické". Cílem úlohy proto je, aby si žáci tento rozdíl uvědomili a jednak vybrali správnou skupinu předmětů a jednak správně vlastnost pojmenovali. Jako správnou odpověď doporučujeme uznat i vlastnost „jsou železné", resp. „obsahují železo", protože žáci 4. třídy se většinou ještě neměli možnost setkat s neželeznými magnetickými předměty.

ÚLOHA: **MAGNETY**



V úzké vysoké skleněné nádobě na sobě leží dva válcové magnety, jak zachycuje obrázek. Magnetické póly těchto válcových magnetů odpovídají jejich podstavám. Magnety jsou tak široké, že je nelze v nádobě otočit. Co budeme pozorovat, pokud vrchní magnet vyjmeme z nádoby, otočíme vzhůru nohama a vložíme zpět nad první magnet? Pozorovaný jev popiš, nakresli obrázek odpovídající dané situaci a svoji odpověď zdůvodni.

Náčrtek a slovní popis pozorované situace:

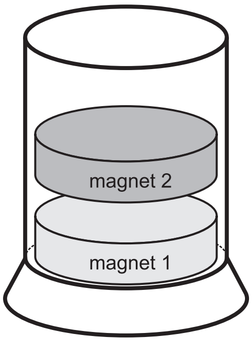
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

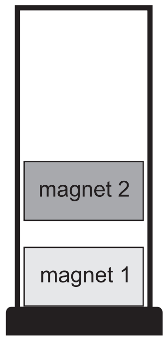
Zdůvodnění odpovědi.

....
....
....
....

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Správná odpověď:
Správný obrázek a popis pozorované situace:
Budeme pozorovat, že druhý magnet se vznáší nad prvním – mezi oběma magnety bude mezera. Druhý (otočený) magnet nad spodním magnetem tzv. levituje.





Správné zdůvodnění odpovědi: Na začátku k sobě byly magnety přiloženy nesouhlasnými póly, takže se přitahovaly a mohly ležet na sobě. Po otočení jednoho z nich (vrchního) se odpuzují, neboť nyní jsou k sobě otočeny stejnými magnetickými póly. Vrchní magnet má snahu se otočit, aby se opět mohl přitahovat ke spodnímu, v tom mu však brání stěny nádoby. Magnetu tak nezbývá nic jiného než „viset" ve vzduchu nad spodním magnetem.

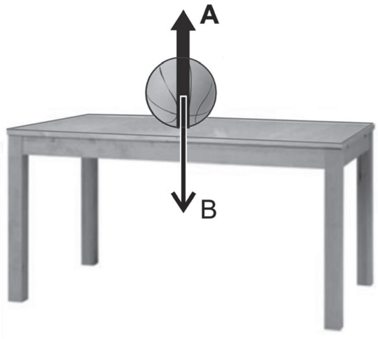
Komentář: K správnému řešení je třeba, aby žák věděl, že magnety mají dva póly. Při natočení dvou magnetů souhlasnými póly k sobě se tyto odpuzují. Pokud k sobě natočíme opačné póly magnetů, pak se přitahují. Žáci musí aplikovat tuto znalost v pro ně nové situaci. Musí si představit, co se stane po otočení magnetu, a výsledek nejen nakreslit, ale i popsat a zdůvodnit. Umět vyjádřit a srozumitelně zapsat své úvahy je pro děti často velmi obtížné.
Úlohu lze zadat žákům i v jednodušší variantě, kdy je necháme výsledek pokusu vybrat z několika možností a volbu zdůvodnit.

✂ ✂

SÍLY A POHYB

ÚLOHA: **MÍČ**

a) Na stole leží míč. V obrázku jsou pomocí šipek A a B zakresleny dvě síly, které na míč působí. Přiřaď k nim správné názvy:



– gravitační síla, kterou působí Země na míč – šipka …

– síla, kterou tlačí stůl na míč – šipka …

b) Míč spadne ze stolu na zem. Která síla je příčinou toho, že začne padat dolů?

. . . .

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

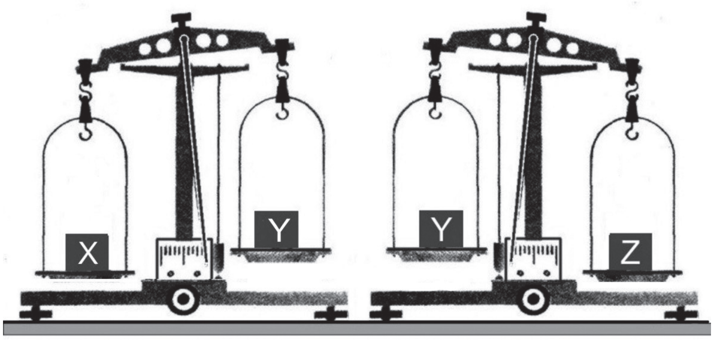
Správná odpověď: a) gravitační síla, kterou působí Země na míč – šipka B; síla, kterou tlačí stůl na míč – šipka A; b) gravitační síla

Komentář: Cílem úlohy je, aby si žáci uvědomili, že na těleso ležící na podložce působí nejen Země gravitační silou, ale také do něj tlačí silou podložka. Žáci často působení podložky nepovažují za sílu – podložka podle nich těleso jen podpírá. V druhé části je třeba určit příčinu padání těles k Zemi, tu děti často chybně připisují magnetismu.

✂ ✂

ÚLOHA: **KOSTKY**

Anička má tři kostky X, Y a Z. Obrázek ukazuje, co se stane, když je dá na váhu.



Zakroužkuj pravdivá tvrzení:

A) Kostka X je těžší než kostka Y.
B) Kostka Y je lehčí než kostka Z.
C) Kostka X je nejtěžší.
D) Kostka Y je nejlehčí.
E) Kostka Z je nejtěžší.
F) Nelze říci, zda je kostka X lehčí, či těžší než kostka Z.

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Správná odpověď: Zakroužkováno A, B, D, F.

Typická chybná odpověď: Zakroužkováno jen A, B, D nebo A, B, D, E.

Komentář: Poměrně obtížná úloha vyžadující uvažování. Je potřeba se orientovat v obrázku a na jeho základě posuzovat jednotlivá tvrzení. Přímé porovnání hmotností dvojic kostek na obrázcích je snadné, ale dotažení úvahy pro kostky X a Z je náročné. Pro děti, které mají problém s obecnou úvahou, je vhodné volit konkrétní hmotnosti kostek, které vyhovují situaci na obrázcích, a na tom ukázat, že nelze hmotnosti kostek X a Z porovnat, když jsou vahadla vychýlena „na doraz“.

✂ ✂

ÚLOHA: **PROTAHOVÁNÍ GUMIČKY**

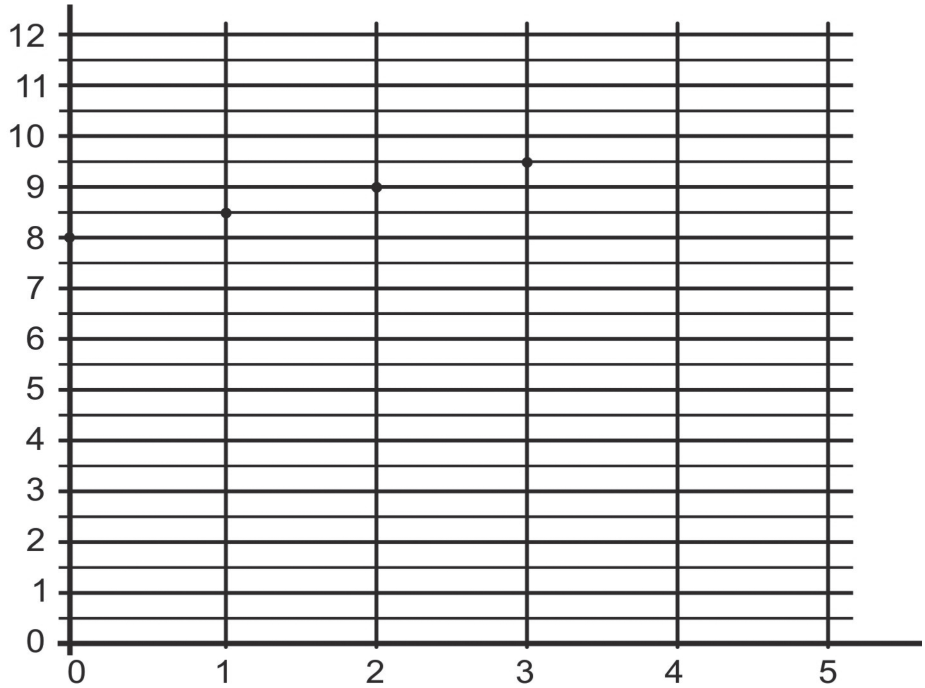
Martin zkoumal, jak moc se prodlužuje gumička, když na ni zavěšuje kovové matky. Výsledky jeho měření jsou v tabulce.

Počet zavěšených matek	Délka gumičky v cm
0	8,0
1	8,5
2	9,0
3	9,5
4	

a) Doplň do tabulky, jakou délku gumičky naměří nejspíše Martin při zavěšení 4 kovových matek.

Martin naměřené hodnoty zanesl do grafu. Zapomněl ale popsat osy.

b) Dopiš k osám správně popisky „počet matek" a „délka gumičky v cm".



c) Vyber a zakroužkuj nejvýstižnější název grafu.

A) Prodlužování gumičky
B) Délka gumičky v závislosti na počtu zavěšených matek
C) Jak jsem zavěšoval matky na gumičku a měřil její prodlužování
D) Matky na gumičce

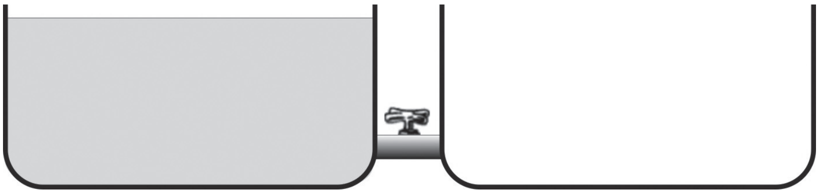
✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Správná odpověď: a) 10 cm; b) vodorovná osa „počet matek", svislá osa „délka gumičky v cm"; c) B
Typická chybná odpověď: b) neřešeno; c) A, D
Komentář: První část úlohy vyžaduje předpovědět další trend v naměřených datech. V další části je třeba pomocí tabulky správně přiřadit popis os grafu a vybrat vhodný název.

ÚLOHA: **AKVÁRIA**

Dvě stejně velká akvária zoologické zahrady jsou u dna propojena trubkou s kohoutem. Na začátku je jedno akvárium naplněno vodou, druhé je prázdné – ukazuje to obrázek 1. Nakresli do obrázku 2, jak se nakonec ustálí hladina vody v obou akváriích po otevření kohoutu.

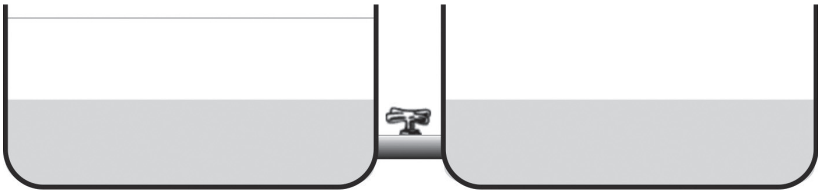
Obr. 1



Obr. 2

✂ ---------- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ---------- ✂

Správná odpověď:



Typická chybná odpověď: Žáci v pilotáži řešili úlohu buď správně, nebo ji neřešili vůbec.
Komentář: Úloha zjišťuje představu dětí o vyrovnání hladin ve spojených nádobách a zachování objemu vody.

✂ -------------------- ✂

7 NAUKA O ZEMI

STRUKTURA ZEMĚ, FYZIKÁLNÍ VLASTNOSTI A ZDROJE

ÚLOHA: TĚŽBA KAMENE

Lidé těží kámen v lomech. Co všechno je možné vyrobit z kamene? Uveď alespoň dva příklady.

. . . .

. . . .

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Správná odpověď: Při výrobě betonu, dlažebních kostek, dlažby, dekorace stěn. Dále se používá při budování či opravě plotů, cest, na stavbu zdí, domů nebo pro tvorbu soch.
Za **neúplnou odpověď** lze považovat konstatování typu „při stavbách, na zahradách apod.“, to znamená, v odpovědi není přesně uvedeno konkrétní využití těžby kamene.
Typická chybná odpověď: Odpověď nesouvisí se zadáním, např. „házení po lidech“ (kámen se kvůli tomu netěží).
Komentář: Při řešení úlohy mohou děti vycházet ze svých vlastních zkušeností, neboť se s různým využitím kamene setkávají prakticky denně. Některým však může činit problém propojení těžby kamene v lomech s jeho konkrétním využitím, protože slovo „kámen“ mají ztotožněný s představou kamene ve smyslu „oblázku“.

ÚLOHA: SLANÁ A SLADKÁ VODA

Zakroužkuj všechna pravdivá tvrzení, která platí o slané vodě.

A) Na Zemi je více slané než sladké vody.
B) Ve slané vodě **ne**žijí žádní živočichové.
C) Slaná voda se vyskytuje pouze v oblastech, kde je teplo po celý rok.
D) Slaná voda se vyskytuje pouze v oceánu.

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Správná odpověď: A
Typická chybná odpověď: B, C, D
Komentář: Otázka ověřuje základní znalosti o slané vodě. Je možné, že některá tvrzení odhalí chybné prekoncepty dětí spojené zejména s výskytem slané vody, např. málokteré dítě daného věku ví o výskytu slané vody mimo oceán.

ÚLOHA: VÝZKUM PŮDY

Petru zajímá kvalita různých druhů půd. Připravila si tři stejně velké misky a do každé z nich nasypala stejné množství půdy. V první misce měla písek, který si vzala z pískoviště. Do druhé misky dala hlinitou půdu z babiččiny zahrádky a do třetí misky půdu jílovitou, kterou nabrala na svahu před lesem. Do každé misky poté nalila sklenici vody. Co tímto pokusem mohla zjistit?

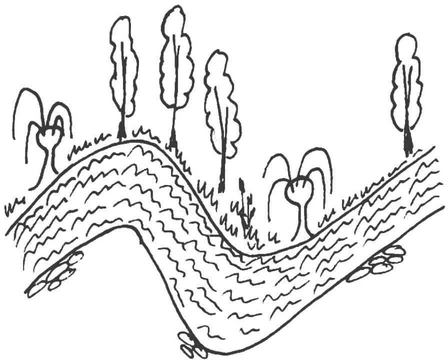
A) Jak rychle se půda rozpustí.
B) Která půda je nejúrodnější.
C) Která půda je nejtěžší.
D) Která půda pojme nejvíce vody.

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

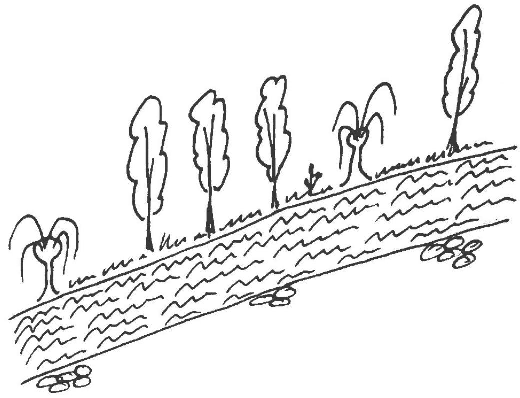
Správná odpověď: D
Typická chybná odpověď: A, B, C
Komentář: Řešení úlohy vyžaduje dovednost žáka představit si popsaný pokus a zároveň využít základní znalosti o vlastnostech půdy.

ÚLOHA: **TOK ŘEKY**

Na prvním obrázku vidíš, jak vypadala řeka v minulosti a na druhém, jak se změnil její tvar po zásahu člověka. Proč si myslíš, že lidé tok řeky narovnali? Uveď alespoň jeden kladný důsledek. Může to mít i záporný důsledek? Uveď alespoň jeden.



Obr. 1 Meandrující řeka



Obr. 2 Narovnaný tok řeky

Kladný důsledek: ....

Záporný důsledek: ....

✂ ---------- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ---------- ✂

Správná odpověď: Kladný důsledek: usnadnění lodní dopravy (zkrácení cesty, zajištění hlubšího ponoru) či získání nové půdy, zmírnění eroze. Za neúplnou odpověď lze považovat nekonkrétní tvrzení, jako např. je to užitečné, usnadní to dopravu apod.
Záporný důsledek: zásah do životního prostředí původních rostlin a zvířat, zhoršení důsledků povodní
Typická chybná odpověď: Kladný důsledek: Odpověď neuvádí účel stavby, ale např. hodnotí její provedení (je to hezké, protože to někdo chce), nebo je věcně chybná (např. kvůli povodním – důsledky povodní jsou naopak po takovém zásahu horší), anebo je uveden negativní důsledek (např. původní rostliny a zvířata nemají kde být).
Komentář: Úloha ověřuje dovednost žáka rozlišit mezi pozitivními a negativními důsledky činnosti lidí v přírodě a formulovat logické argumenty pro zdůvodnění úprav říčních toků.

✂ -- ✂

PROCESY A KOLOBĚHY PROBÍHAJÍCÍ NA ZEMI, HISTORIE ZEMĚ

ÚLOHA: **ZMĚNA POČASÍ**

V červenci na území naší republiky obvykle bývá teplo. Přes den teplota přesahuje 25 °C. Někdy se však stane, že i v tomto měsíci je chladno (přes den méně než 20 °C). Co tuto situaci může způsobit?

A) Nastává zatmění Slunce.
B) Nad naším územím je Měsíc v úplňku.
C) Proudí k nám vlhký a chladný vzduch.
D) Došlo k rozsáhlým povodním.

✂ ---------- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ---------- ✂

Správná odpověď: C
Typická chybná odpověď: A, B, D
Komentář: Úloha vyžaduje dovednost přečíst si jednotlivé nabídky odpovědí s porozuměním a využít při tom základní znalosti o počasí i osobní zkušenosti.

✂ -- ✂

ÚLOHA: VÝZKUM POČASÍ

Vašek se rozhodl provést během jednoho týdne jednoduchý výzkum. Svoje zjištění zanesl do tabulky. Co tímto výzkumem Vašek **ne**mohl zjistit?

A) Jaká teplota vzduchu bude v příštím týdnu.
B) Který den v daném týdnu měl největší rozdíl mezi ranní (v 9 hod.) a večerní teplotou (v 18 hod.).
C) Ve kterém dni v daném týdnu nejvíce pršelo.
D) Který večer (tj. 18 hod.) byl v tomto týdnu nejchladnější.

Dny v týdnu	**Teplota vzduchu v 9 hod., ve ˚C**	**Teplota vzduchu v 18 hod.,ve ˚C**	**Srážky v 18 hod., v mm**
Pondělí	5	12	0
Úterý	7	14	0
Středa	8	11	4
Čtvrtek	3	7	1
Pátek	3	12	0
Sobota	6	15	2
Neděle	9	17	0

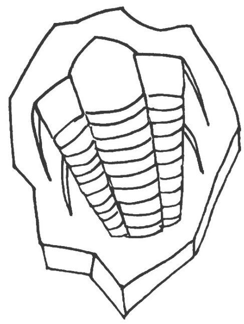
✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Správná odpověď: A
Typická chybná odpověď: B, C, D
Komentář: Úloha vyžaduje dovednost žáků přečíst si s porozuměním zadání otázky (je třeba dát pozor na negaci v zadání!), jednotlivé nabídky odpovědí i hlavičku tabulky. Některé děti se pravděpodobně dopředu zaleknou tabulky s poměrně mnoha čísly. Nejde zde o interpretaci konkrétních dat, nýbrž o ověření dovednosti využít pro správnou odpověď charakteristiky (ukazatele) v hlavičce tabulky.

✂ ✂

ÚLOHA: ZKAMENĚLINY

Když najdeme na určitém místě podobné zkameněliny rostlin či živočichů, jaké vidíš na obrázku, co můžeme o tomto místě tvrdit?



A) Byl zde zhruba před 100 lety silný mráz, který způsobil ztuhnutí rostlin a živočichů.
B) V dávné minulosti to zde vypadalo jinak než nyní.
C) V okolí se nachází rozsáhlá ložiska černého uhlí.
D) Místo bylo před 10 lety zalito mořem.

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Správná odpověď: B
Typická chybná odpověď: A, C, D
Komentář: Úloha ověřuje jednu z dílčích badatelských dovedností, a to objektivně posoudit vypovídací hodnotu určitého nálezu. Při řešení úlohy přitom žák využije i základní znalosti o zkamenělinách. Příčinou nesprávných odpovědí může být i to, že žáci v tomto věku ještě nemají odhad délky časových škál.

✂ ✂

ÚLOHA: **VÝSKYT VODY**

Tabulka obsahuje objekty, které můžeme nalézt v přírodě. U každého z nich rozhodni, zda obsahuje vodu, či ne. Nezapomeň, že voda se v přírodě vyskytuje v různém skupenství.

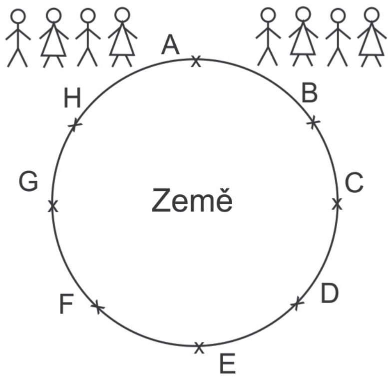
Příklady objektů	**Obsahují vodu?**
Smrk	ANO / NE
Vzduch	ANO / NE
Člověk	ANO / NE
Tulipán	ANO / NE
Kůň	ANO / NE
Půda	ANO / NE
Mrak	ANO / NE

↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓

Správná odpověď: Vodu obsahují všechny uvedené objekty.
Typická chybná odpověď: Chybně zaškrtnutý některý z objektů.
Komentář: Úloha vyžaduje využití znalosti o výskytu a koloběhu vody v přírodě. Některé děti může zaskočit skutečnost, že tabulka nenabízí žádnou zápornou odpověď.

ZEMĚ VE SLUNEČNÍ SOUSTAVĚ

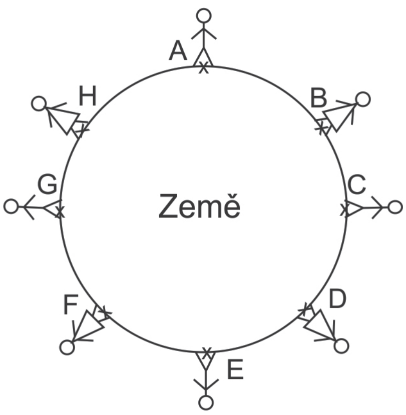
ÚLOHA: **LIDÉ NA ZEMI**



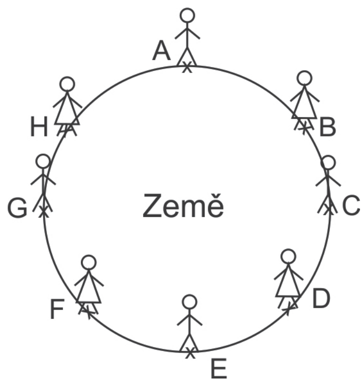
Na obrázku je zeměkoule a postavičky. Dokresli do každého bodu vyznačeného na zeměkouli jednu postavičku tak, aby to odpovídalo tomu, jak na ní lidé **skutečně** stojí.

↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓

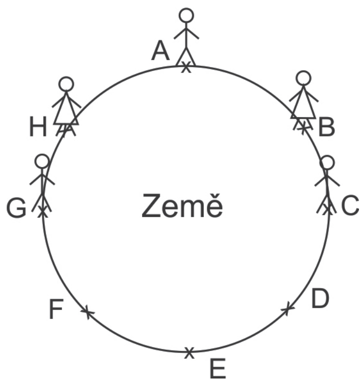
Správná odpověď:



Typická chybná odpověď 1:



Typická chybná odpověď 2:



Komentář: Představy dětí o tvaru Země, o tom, jak po ní lidé chodí, co je směr nahoru a dolů, se s věkem postupně vyvíjejí. Výzkumy ukazují, že ještě kolem 12. roku chápou děti směr dolů absolutně a některé si myslí, že lidé žijí jen na horní polokouli.

ÚLOHA: ÚPLNĚK MĚSÍCE

Tvar Měsíce se v průběhu 28 dní mění. Urči, kdy nastává úplněk.

A) Jestliže je Měsíc úplně ve tmě.
B) Jestliže je vidět Měsíc ze všech míst na Zemi v jeden okamžik.
C) Jestliže je Měsíc úplně zastíněn Sluncem.
D) Jestliže je z určitého místa na Zemi vidět celá, Sluncem osvětlená, polovina Měsíce.

↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓

Správná odpověď: D
Typická chybná odpověď: A, B, C
Komentář: Úloha patří k těm snazším. Formou otázky s výběrem odpovědí ověřuje obsahové vymezení pojmu úplněk.

ÚLOHA: FÁZE MĚSÍCE

Určitě jste si všimli, že tvar Měsíce, který vidíme na obloze, se mění. Jakou to má příčinu?

A) Na Měsíc vrhají stín různé planety.
B) Na Měsíc dopadá stín Země.
C) Při obíhání Měsíce okolo Země vidíme ze Země jen část Sluncem osvětlené poloviny Měsíce.
D) Tvar Měsíce je jiný, jen když jeho část zakrývají mraky.

↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓

Správná odpověď: C
Typická chybná odpověď: B
Komentář: Jednotlivé distraktory představují typické miskoncepce žáků. Vhodné je doplnit úlohu praktickým předvedením střídání fází Měsíce.

ÚLOHA: VÝCHOD SLUNCE

Ve škole jsme od září do června dělali jednoduchý pokus. Každý první den v měsíci jsme v 9 hodin ráno na okno směřující na východ označili izolepou polohu Slunce na obloze. Co jsme tímto pokusem mohli zjistit?
A) V kolik hodin je Slunce nejvýše nad obzorem.
B) Zda dochází v průběhu roku ke změně výšky Slunce nad obzorem.
C) Zda se v průběhu pokusu změnila vzdálenost Země od Slunce.
D) Zda se v průběhu pokusu změnila délka dne.

↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓

Správná odpověď: B
Typická chybná odpověď: A, C, D
Komentář: Řešení úlohy vyžaduje dovednost žáka představit si popsaný pokus, což je pro takto staré žáky velice obtížné, a přečíst s porozuměním jednotlivé nabídky odpovědí. Tento pokus je vhodné s žáky zrealizovat prakticky. Pozor, je třeba se na Slunce dívat vždy ze stejného místa.

ÚLOHA: DEN A NOC

Soňa chtěla v neděli dopoledne zatelefonovat tatínkovi do New Yorku. Maminka jí ale řekla, ať nevolá, že by tatínka vzbudila, protože v Americe mají ještě noc.
Vysvětli, jak je možné, že někde na Zemi je noc a jinde den.

. . . .

. . . .

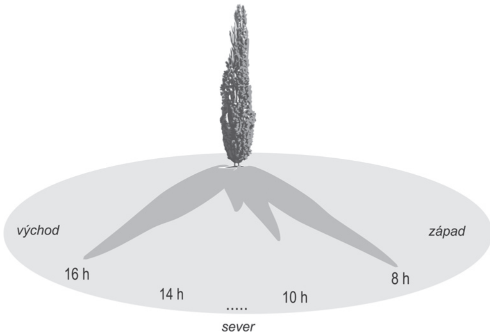
✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Správná odpověď: Země se otáčí okolo své osy, proto se stále mění část Země, která je osvětlena Sluncem a je zde den, a část, která je ve stínu a je zde noc. (Například: Když se naše planeta otáčí, tak na jednu polokouli svítí Slunce, tak tam je den, a na té druhé je noc.)
Částečná odpověď: Odpovědi založené na tom, že se New York nalézá na druhé polokouli, bez zmínky o tom, že se Země otáčí kolem své osy. (Například: Protože je to na druhé polokouli.)
Typická chybná odpověď: Protože Země obíhá okolo Slunce.
Komentář: Úloha zjišťuje, zda děti vědí, že střídání dne a noci je důsledkem otáčení Země kolem vlastní osy. Obtíže může působit formulace vlastní odpovědi. Vhodné je doplnit úlohu praktickým předvedením pohybu Země.

✂ ✂

ÚLOHA: **STÍNY**

a) V rámci školního projektu děti sledovaly, jak se mění v průběhu dne délka stínu. Lukáš si k sledování vybral topol na okraji pole. Do obrázku si zakresloval místa, kde byl během dne v různých hodinách stín topolu. Zapomněl tam ale dopsat jeden časový údaj a chybí jeden zakreslený stín.
Doplň obojí do obrázku. Stín stačí nakreslit jako čárku správné délky a směru.

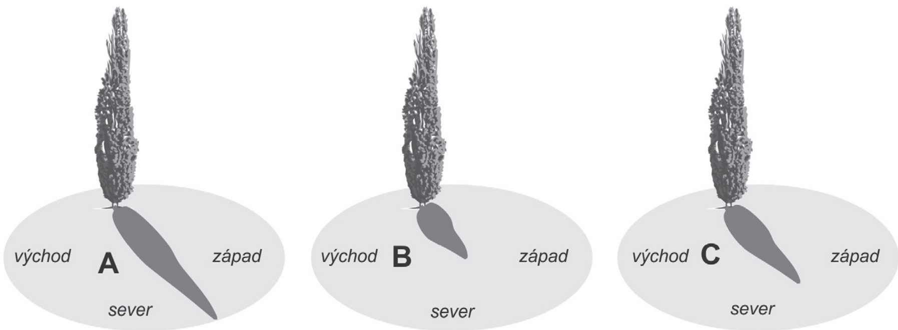


Napiš, proč se mění délka a směr stínu během dne.

....

....

b) Lukáš si všiml, že se délka stínu mění také v průběhu roku. Do obrázku si zakreslil stín topolu ve stejnou hodinu v různých měsících roku. Přiřaď k jednotlivým měsícům odpovídající délku stínu.



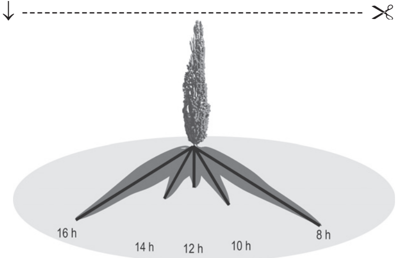
červen: stín … září: stín … prosinec: stín …

Napiš, proč se mění délka stínu během roku.

....

....

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

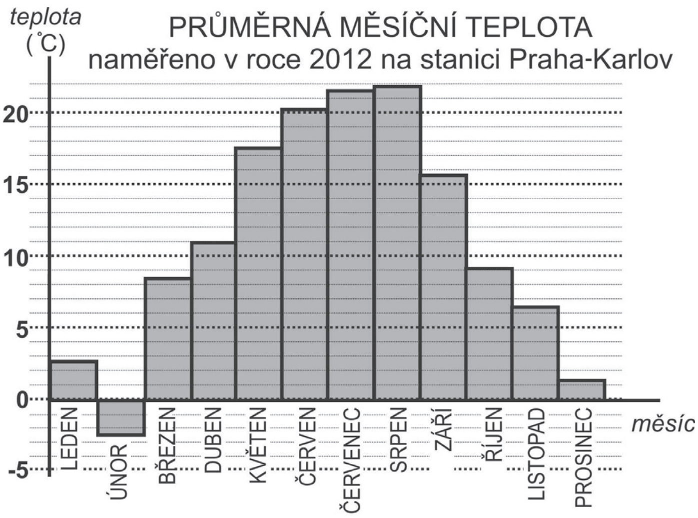


Správná odpověď: a) V průběhu dne se mění výška Slunce na obloze (ráno a večer je nejníže – stín je nejdelší; v poledne je nejvýše – stín je nejkratší).
b) červen: stín B; září: stín C; prosinec: stín A
Mění se výška Slunce nad obzorem (v červnu je nejvýše, v prosinci nejníže).
Typická chybná odpověď: a) Země se otáčí kolem Slunce.
b) červen: stín A; září: stín C; prosinec: stín B; Země obíhá kolem Slunce.
Komentář: Při řešení úlohy mohou děti uplatnit vlastní všímavost a zkušenost s pohybem Slunce po obloze během dne i jeho výškou nad obzorem v průběhu roku. V žákovských řešeních se objevuje odpověď: Protože se Země otáčí kolem své osy. Zde je potřeba další diskuzí zjistit, zda žák dané problematice opravdu rozumí, nebo jde jen o naučenou frázi.

✂ ✂

ÚLOHA: **TEPLOTA VZDUCHU**

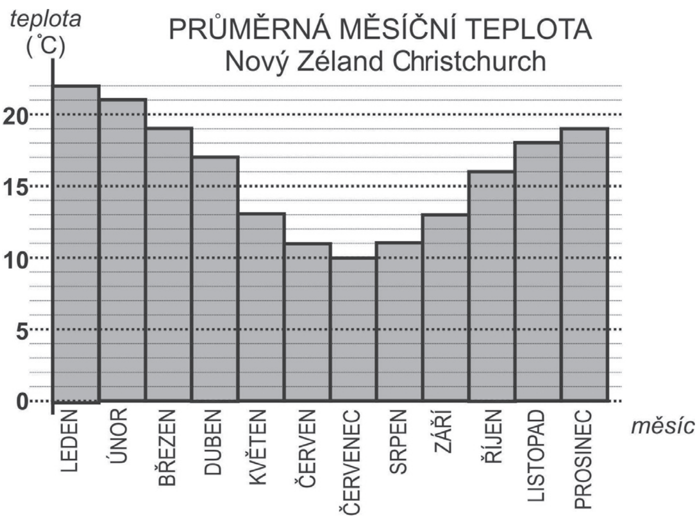
a) Graf ukazuje, jaká byla v Praze na Karlově naměřena průměrná teplota vzduchu v průběhu roku 2012.



Zakroužkuj, které z následujících informací lze vyčíst z grafu.

A) Nejteplejším měsícem byl srpen.
B) Nejméně pršelo v prosinci.
C) Průměrná teplota v dubnu byla 11 °C.
D) V říjnu nemůže nikdy teplota přesáhnout 10 °C.
E) Průměrná teplota v prosinci byla vyšší než průměrná teplota v únoru.
F) Sluníčko svítí nejvíce v červnu.

b) Petrův tatínek se chystá cestovat na Nový Zéland. Na internetu si Petr našel graf, který zachycuje průběh průměrných teplot ve městě Christchurch na Novém Zélandu.



Ve kterém období je na Novém Zélandu nejchladněji? Porovnej to s nejchladnějším obdobím v naší republice a vysvětli rozdíl. Pokud nevíš, kde leží Nový Zéland, najdi si to v atlase nebo na internetu.

....

....

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

Správná odpověď: a) Zakroužkováno A, C, E.
b) Na Novém Zélandu je nejchladněji v období června až srpna, kdy je u nás naopak léto. Nový Zéland leží na jižní polokouli, ta je v době, kdy je u nás (na severní polokouli) léto, odkloněna od Slunce a je tam zima. Naopak, když je u nás zima, je jižní polokoule ke Slunci přikloněna a je tam léto.
Typická chybná odpověď: a) Zakroužkování distraktorů B, D, F.
b) Správně: červen až srpen. Chybné vysvětlení: Nový Zéland je v té době nejdále od Slunce.
Komentář: První část úlohy je zaměřena na práci s grafem. Je v ní třeba kriticky uvážit, které informace graf opravdu poskytuje. V rámci distraktoru D žáci často zaměňují průměrnou a aktuálně naměřenou teplotu. U distraktoru B pletou graf průměrných teplot a srážek a u F vycházejí z vlastní zkušenosti, a ne z dat, která poskytuje graf.
V druhé otázce je třeba pracovat s grafem, zjistit z něj nejchladnější období a uvědomit si, že na Novém Zélandu ležícím na jižní polokouli je to naopak než u nás. (Tato část otázky nečinila dětem v pilotáži problém.) Ve vysvětlení se pak uplatní poznatek o příčině střídání ročních období, kterou je sklon zemské osy k rovině jejího oběhu kolem Slunce (děti mohou mluvit o přiklonění či odklonění příslušné polokoule k či od Slunce). Vysvětlení je pro děti daného věku obtížné. V rámci diskuze k úloze je ale dobré důvod střídání ročních období objasnit, a předcházet tak časté miskoncepci, která se objevuje nejen u dětí, a tou je přisuzování střídání ročních období různé vzdálenosti Země od Slunce.

✂ ✂